

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA

RAYANA LIMA CINTRA

ESTUDO DO EIXO PROPULSOR DE UM EMPURRADOR FLUVIAL
NA REGIÃO AMAZÔNICA UTILIZANDO O MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS

Manaus
2023

RAYANA LIMA CINTRA

**ESTUDO DO EIXO PROPULSOR DE UM EMPURRADOR FLUVIAL
NA REGIÃO AMAZÔNICA UTILIZANDO O MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para à obtenção do título de bacharel em Engenharia Naval da Universidade do Estado do Amazonas (UEA).

Orientador: Prof.Dr. Elvis Jhoarsy Osorio Santander.

Manaus
2023

RAYANA LIMA CINTRA

ESTUDO DO EIXO PROPULSOR DE UM EMPURRADOR FLUVIAL
NA REGIÃO AMAZÔNICA UTILIZANDO O MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para à obtenção do título de bacharel em Engenharia Naval pela Universidade do Estado do Amazonas (UEA).

Nota obtida: _____ (_____)

Aprovada em 30/03/2023

Área de concentração: Alinhamento de eixo propulsor

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dr. Elvis Jhoarsy Osorio Santander.

Avaliador: Prof. Msc. Harlysson Wgeiny Silva Maia.

Avaliador: Prof. Dr. Jassiel Vladimir Hernández Fontes

Manaus

2023

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Sistema Integrado de Bibliotecas da Universidade do Estado do Amazonas.

C521ee Cintra, Rayana Lima

Estudo do eixo propulsor de um empurrador fluvial na região Amazônica utilizando o método dos elementos finitos. / Rayana Lima Cintra. Manaus : [s.n], 2023.
62 f.: color.; 31 cm.

TCC - Graduação em Engenharia Naval - Universidade do Estado do Amazonas, Manaus, 2023.

Inclui bibliografia

Orientador: Dr. Elvis Jhoarsy Osorio Santander

1. Alinhamento eixo . 2. Método dos elementos finitos. 3. Matlab. 4. Empurrador fluvial. I. Dr. Elvis Jhoarsy Osorio Santander (Orient.). II. Universidade do Estado do Amazonas. III. Estudo do eixo propulsor de um empurrador fluvial na região Amazônica utilizando o método dos elementos finitos.

Elaborado por Jeane Macelino Galves - CRB-11/463

Dedicatória

Dedico este trabalho a Deus, Soberano e Criador sobretudo e à todos que me acompanharam nessa trajetória desafiante ao longo desses cinco anos.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por sua infinita graça e misericórdia derramada sobre minha vida e por plantar em meu coração a semente da Eternidade, a qual me impulsiona a diariamente servir com excelência tudo que faço.

À meus pais Adriana Lima e Ronanio Cintra por tanto amor e dedicação e às minhas irmãs Ruanna Cintra e Rayka Hilmar por permanecerem sempre ao meu lado se alegrando com as minhas conquistas e perseverando junto comigo nas adversidades.

Aos meus amigos de graduação, em especial Nathália Lemos, Gabriel Schettini e Kleverth Machado, por serem meu suporte e por estarem sempre ao meu lado diante de grandes desafios.

A todos meus professores de graduação, em especial meu orientador Dr. Elvis Santander por todo conhecimento e direcionamento compartilhado no decorrer desses anos.

Aos meus irmãos em Cristo, Píer e Esperança, por intercederem em orações pela minha vida.

RESUMO

Os empurradores da Região Amazônica desempenham importante papel para a movimentação de comboios fluviais através das principais hidrovias do Arco Norte, transportando diversos insumos e sendo responsáveis por propelir agrupamentos de balsas. O presente trabalho tem como objetivo verificar o alinhamento da linha de eixo de um empurrador fluvial utilizando o método dos elementos finitos (MEF), com a criação de um código através do software Matlab. Realizou-se um estudo geral sobre o sistema propulsor de embarcações e seus componentes para mostrar os elementos que influenciam nas cargas concentradas e distribuídas do eixo. Como o MEF permite a discretização do domínio, realizaram-se análises locais a fim de aplicar posteriormente os dados na ordem global e foram utilizadas relações mecânicas para modelagem de vigas hiperestáticas. A metodologia foi desenvolvida conforme os parâmetros estabelecidos nos objetivos e se obteve as reações dos mancais, diagramas de momento fletor, esforço cortante, matriz de influência e linha elástica do eixo, sendo esta última fator determinante para a condição de alinhamento do sistema. No final do estudo, foi concluído que o eixo propulsor do empurrador fluvial se encontra em uma condição favorável de alinhamento.

Palavras chave: Empurradores fluviais, Sistema Propulsivo, Alinhamento de eixos, Método de elementos finitos, Matlab.

ABSTRACT

The push boats in the Amazon Region play an important role in the movement of river convoys through the main waterways of the Arco Norte, transporting various inputs and being responsible for propelling groups of rafts. The present work aims to verify the shaft line alignment of a river pusher using the finite element method (FEM), with the creation of a code through Matlab software. A general study of the propulsion system of vessels and its components was performed to show the elements that influence the concentrated and distributed shaft loads. As FEM allows the discretization of the domain, local analyses were performed in order to later apply the data in the global order, mechanical relations were used for modeling hyperstatic beams. The methodology was explained and followed according to the parameters established in the objectives and the results were obtained as bearing reactions, bending moment and shear force diagrams, influence matrix and elastic axis line of the system, this being a determining factor for the alignment condition of the system, it was also concluded that the propeller shaft of the push boat is in a favorable alignment condition.

Keywords: Push Boat, Propulsive System, Shaft Alignment, Finite Element Method, Matlab.

*Ouve o conselho, e recebe a correção,
para que no fim sejas sábio. Muitos
propósitos há no coração do homem,
porém o conselho do Senhor perma-
necerá. Pv 19:20,21*

Lista de Figuras

1	Transporte de Comboio 5X5 de balsas e empurrador	17
2	Componentes gerais do Sistema propulsivo de embarcações.	19
3	Distribuição de mancais em uma linha de eixo dupla de uma embarcação.	20
4	Mancal entre os eixos intermediário.	20
5	Mancal lubrificante no tubo telescópico.	21
6	Sistema com a presença de mancal de escora.	21
7	Hélice de embarcação.	22
8	Caixa Redutora.	23
9	Eixos de embarcações.	23
10	Domínio seccionado da região em análise	24
11	Classificação das vigas contínuas.	26
12	Tipos de apoio em vigas.	27
13	Viga submetida a carregamento e seu diagrama de corpo livre.	27
14	Deslocamento vertical coeficientes de influência.	29
15	Metodologia desenvolvida.	31
16	Interface do Matlab.	32
17	Interface do Ftool.	32
18	Viga com 4 nós e distribuição contínua.	45
19	Resultado das reações de força e momento no Matlab.	46
20	Resultado das reações de força e momento no Matlab.	46
21	Diagrama Momento Fletor Exemplo FBP.	47
22	Diagrama Esforço Cortante Exemplo FBP.	47
23	Empurrador Rebelo XIV.	48
24	Representação no Ftool da viga.	50
25	Resultado das reações de força e momento no Matlab.	53
26	Representação no Ftool da viga.	53
27	Esforço Cortante do Rebelo XIV.	54
28	Esforço Cortante modelagem Ftool.	54
29	Empurrador Rebelo XIV.	55
30	Representação no Ftool da viga.	55
31	Matriz de influência do eixo viga do Rebelo XIV.	56
32	Linha elástica do eixo prosulsor Rebelo XIV.	57
33	Linha elástica pelo software Ftool Rebelo XIV.	57

Lista de Tabelas

1	Rotinas de modelagem.	33
2	Dados de inicialização	45
3	Dados de inicialização Rebelo XIV	49
4	Reações com deslocamentos dos mancais	56
5	Deslocamento angular resultante Matlab.	58
6	Deslocamento angular resultante software Ftool.	58

Lista de Símbolos e Abreviações

MEF Método dos elementos finitos

ANTAQ Agência Nacional de Transportes Aquaviários

$M(x)$ Momento fletor

$V(x)$ Esforço Cortante

$W(x)$ Carga distribuída

(x) Variação ao longo do comprimento da barra

$\Delta(x)$ Variação infinitesimal comprimento da barra

d Deslocamento nodal

δ Deslocamento vertical

θ Deslocamento angular

K_{ij} Coeficiente de rigidez ij

E Módulo de elasticidade do material

I Momento de Inercia da seção

L_n Comprimento do elemento n

F_n Força nodal

u Deslocamento vertical

Lista de Códigos

Listings

1	Rotina Principal	34
2	Matriz de Rigidez Local	36
3	Matriz Força Local	37
4	Condições de Contorno	38
5	Matriz Rigidez Final	38
6	Diagramas Momento Fletor e Esforço Cortante	39
7	Obtendo a curva de deflexão da viga - Linha elástica	41
8	Coefficientes de Influência	43
9	Modelagem Rebelo XIV	50

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	OBJETIVOS	18
2.1	OBJETIVOS GERAIS	18
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
2.3	JUSTIFICATIVA	18
3	REFERENCIAL TEÓRICO	19
3.1	O SISTEMA PROPULSIVO	19
3.2	PRINCIPAIS COMPONENTES	19
3.2.1	MANCAIS	19
3.2.2	HÉLICES	22
3.2.3	CAIXA REDUTORA	22
3.2.4	EIXO PRINCIPAL	23
3.3	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	24
3.4	MATRIZ DE RIGIDEZ	25
3.5	DIAGRAMAS E LINHA ELÁSTICA	26
3.6	O EIXO E A TEORIA DO ALINHAMENTO	29
4	METODOLOGIA	31
4.1	MÉTODOS	31
4.2	PROGRAMAS	31
5	DESENVOLVIMENTO	33
5.1	CAMPO DE ATUAÇÃO E LIMITES	33
5.2	DESENVOLVIMENTO E CRIAÇÃO DO CÓDIGO	33
5.2.1	ROTINAS	33
5.2.2	CÓDIGO PRINCIPAL	34
5.2.3	DADOS DO EXEMPLO	35
5.2.4	MATRIZ RIGIDEZ LOCAL	36
5.2.5	MATRIZ FORÇA LOCAL	37
5.2.6	CONDIÇÕES DE CONTORNO	38
5.2.7	MATRIZ DE RIGIDEZ FINAL	38
5.2.8	DIAGRAMA DE MOMENTO FLETOR E ESFORÇO CORTANTE	39
5.2.9	LINHA ELÁSTICA	41
5.2.10	COEFICIENTES DE INFLUÊNCIA	43
5.3	MODELAGEM E TESTE EXEMPLO GENÉRICO	45

5.4	MODELAGEM E APLICAÇÃO REBELO XIV	48
6	RESULTADOS	53
7	CONCLUSÃO	59
8	APÊNDICE- ARRANJO EIXO PROPULSOR REBELO XIV . . .	61

1 INTRODUÇÃO

A circulação econômica dos principais insumos que chegam ao Norte são trazidos através das hidrovias presentes na Região Amazônica. De acordo com a Agência Nacional de Transportes Aquaviários (ANTAQ), mais da metade de toda carga que chega nos estados vem através dos comboios que percorrem os principais rios navegáveis, tais como o Amazonas, Madeira, Solimões e Tapajós, podendo ser grãos, combustíveis, óleos e mercadorias em geral. Em 2019, foi realizado um levantamento dos granéis sólidos transportados pelo rio Amazonas e o valor estimado para o transporte anual foi na ordem de 15,2 milhões de toneladas. (CARDANHA et al., 2020)

Em comparação com o transporte rodoviário e aéreo, o uso de hidrovias acabam sendo preferidos quando se tem longas distâncias, não limitado por estradas e trânsito, além da vantagem de alcançar locais onde não há acesso rodoviário ou ferroviário. É possível fazer o transporte de produtos em grandes escalas e as mercadorias são escoadas em embarcações destinadas para esse tipo de operação. (SARAIVA PLO; MAEHLER, 2013) Alguns tipos de embarcações responsáveis por esse transporte são:

- Balsa de Carga Geral sobre o convés;
- Balsas Graneleiras para granéis sólidos;
- Balsas Tanque para combustíveis.

Apesar da gama de atuação das balsas e sua capacidade de transportes, essas embarcações não possuem propulsão próprias, e precisam de embarcações auxiliares que sejam responsável por sua movimentação, os chamados empurradores fluviais. A ausência do sistema propulsivo está no fato de que sua construção e manutenção serem relativamente baratos e mais simples que embarcações propelidas, opção adequada para muitos armadores.

O conjunto de balsas e o empurrador, responsável pela propulsão, é chamado de comboio fluvial, podendo ser arranjados a depender do processo logístico ao qual estão submetidos. Os comboios amazônicos podem ser agrupados de 4x4, 4x3, 5x5 a fim de maximizar a quantidade de entrega, mas sempre levando em consideração as condições da hidrovias, capacidade de manobra, deslocamento conjunto e potência requerida para a movimentação em um tempo adequado. (ROSSETTO, 2013)

Na Figura 1 têm-se a movimentação de um comboio, navegando pelos meandros amazônicos. O conjunto balsas-empurrador é formado por vinte e cinco balsas graneleiras e um empurrador fluvial, percorrendo um trecho do Rio Amazonas.

Figura 1 – Transporte de Comboio 5X5 de balsas e empurrador



Fonte: PORTOSeNAVIOS (2022)

Devido a importância significativa do transporte fluvial e das balsas, a utilização de empurradores é necessária e muito implementada para a movimentação dos comboios. Logo, percebe-se a relevância de investimento em bons empurradores que entreguem a potência necessária para propelir as balsas em operação.

A propulsão de embarcações é uma grande área da engenharia naval importante para a movimentação eficaz dos sistemas flutuantes, o aumento de estudos com foco nessa área visam maximização de sua eficiência e segurança na navegação. Pelo fato de ser uma região que recebe forças vindas da interação casco-fluido, recebe forte influência de cargas, esforços e vibrações. Assim, a construção adequada da linha de eixo e de seus elementos juntamente com manutenções periódicas são importantes para prolongar a vida útil desse sistema e também para identificação rápida de eventuais problemas. (PEREIRA, 2007)

Com uma análise mais voltada para a atuação em empurradores, os eixos são os maiores componentes do sistema, ficam responsáveis por conectarem todas as demais peças do sistema propulsivo, começando do motor principal até o hélice. A sua condição de alinhamento é fundamental para que haja a propagação adequada do empuxo e também para que não haja nenhuma consequência negativa para a estrutura.

Analisando o sistema propulsivo, é importante identificar os principais problemas que podem acontecer nesse agrupamento a fim de propor soluções e evitar danos maiores que possam comprometer as atividades operacionais do casco. Logo, o alinhamento de eixos propulsivos é um fenômeno desejado para garantir a uniformidade da linha elástica.

Este trabalho contempla os principais elementos que envolvem o eixo propulsor de uma embarcação e um estudo de caso de um empurrador fluvial. Seu eixo propulsor será modelado como uma viga, e com o auxílio da ferramenta computacional será avaliado sua condição de alinhamento e parâmetros relacionados.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVOS GERAIS

O objetivo geral deste trabalho é calcular o alinhamento do eixo propulsor de um empurrador através do método dos elementos finitos com a ajuda do software Matlab.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Utilização do método dos elementos finitos na análise do eixo do sistema propulsivo;
- Modelagem do eixo do empurrador a partir do código feito no Matlab;
- Obtenção das reações dos mancais, linha elástica e diagramas de momento fletor e esforço cortante;
- Encontrar a matriz de influência para o sistema;
- Verificar a condição ou não de alinhamento do empurrador fluvial.

2.3 JUSTIFICATIVA

A utilização de empurradores no transporte fluvial de balsas vem levantando a importância dessa embarcação e sua principal contribuição: ser o meio de propulsão do comboio. Estudos para avaliar os componentes que estão presentes no sistema propulsivo são extremamente relevantes para a percepção dos desafios presentes e também para prolongar seu tempo de vida útil.

A maioria das embarcações possui como sistema propulsivos o hélice conectado a linha de eixo principal e o motor de combustão. O motor irá gerar potência e a transmitirá para o eixo, fornecendo empuxo para o hélice e este devolverá impulso necessário para fazer a embarcação se movimentar.

Estes devem suportar os esforços de todos os elementos interligados e da embarcação em si, por conta das vibrações e dos pesos distribuídos pode acontecer um desalinhamento desse eixo principal, o que pode acarretar o desgaste com o decorrer do tempo e até uma ruptura que poderá prejudicar o sistema propulsivo da embarcação.

Dessa forma, o estudo do fenômeno é importante para o estudo em embarcações e a modelagem de outras linhas de eixo através do código e assim servir posteriormente para futuras pesquisas relacionadas ao tema.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste tópico estarão presentes a apresentação dos principais conceitos que embasam este trabalho e especificação para o melhor entendimento.

3.1 O SISTEMA PROPULSIVO

No início do século XVIII, as embarcações tiveram o aperfeiçoamento de seu desempenho propulsivo pois surgia o desenvolvimento das máquinas a vapor com Thomas Newcome e James Watt e a alteração do sistema propulsivo convencional. Antes disso, navios eram exclusivamente movidos por velas, mas com o crescimento da navegação para atender as necessidades econômicas dos países e a larga produção de embarcações metálicas, a implantação desse novo sistema propulsivo obteve êxito.

Atualmente, existe um padrão dos principais componentes deste modelo propulsor, os quais estão representados na Figura 2 e serão descritos nos tópicos seguintes.

Figura 2 – Componentes gerais do Sistema propulsivo de embarcações.



Fonte:BARILE (2021)

3.2 PRINCIPAIS COMPONENTES

3.2.1 MANCAIS

Segundo (MELCONIAN, 2000) os mancais são elementos extremamente usados para conexões e eixos pois sustentam e apoiam o peso do sistema, minimizando o atrito e aumentando o rendimento do processo mecânico.

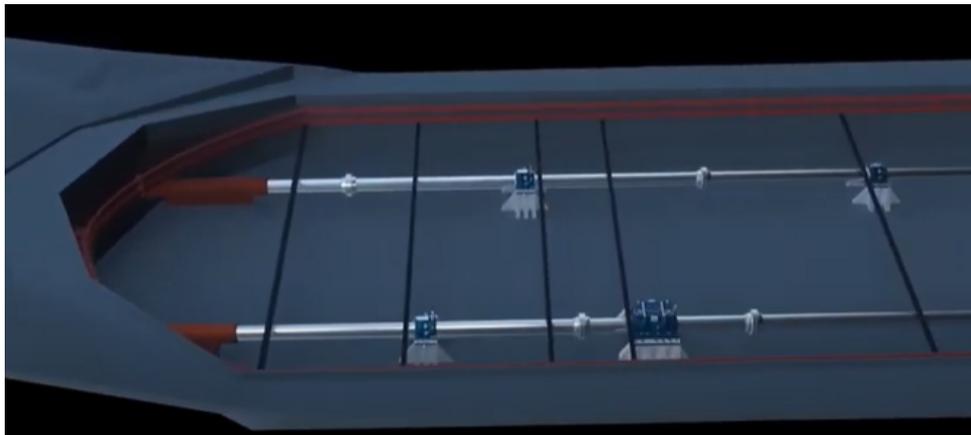
Estas peças estão presentes ao longo da linha de eixo e são acoplamentos que interligam eixos intermediários e outras peças. Há alguns tipos específicos de mancais nos elementos:

- Em eixos principais;

- Em eixos intermediários;
- No Tubo Telescópico;
- Da Engrenagem redutora.

A presença dos mancais nesses elementos é para garantia de apoios e sustentação de pesos do sistema, podendo restringir os graus de liberdade para que não haja deslocamento do sistema. Na Figuras 3 e 4 há representação respectivamente de mancais ao longo de uma linha de eixo de uma embarcação e a o mancal que linha eixos intermediários.

Figura 3 – Distribuição de mancais em uma linha de eixo dupla de uma embarcação.



Fonte: MBEARINGS(2023)

Figura 4 – Mancal entre os eixos intermediário.

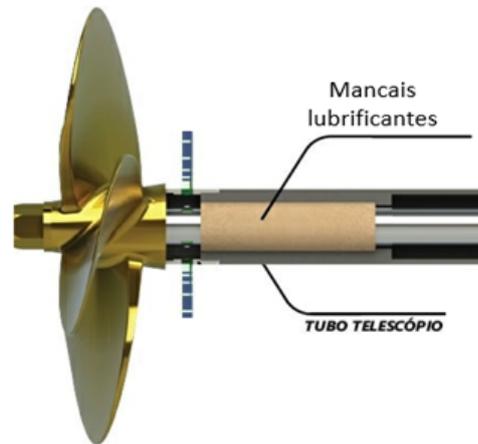


Fonte: MBEARINGS(2023)

A Figura 5 possui a representação de um mancal lubrificante no tubo telescópico, o qual desempenha função de apoiar e sustentar o peso do hélice e de elementos da parte da ré, mas também são responsáveis pela função lubrificante, haverá circulação de óleo

no tubo, servindo também para aumentar o tempo de vida útil dessas peças acopladas, uma vez que a lubrificação do eixo serve para diminuir o atrito. (JORDANI, 2014)

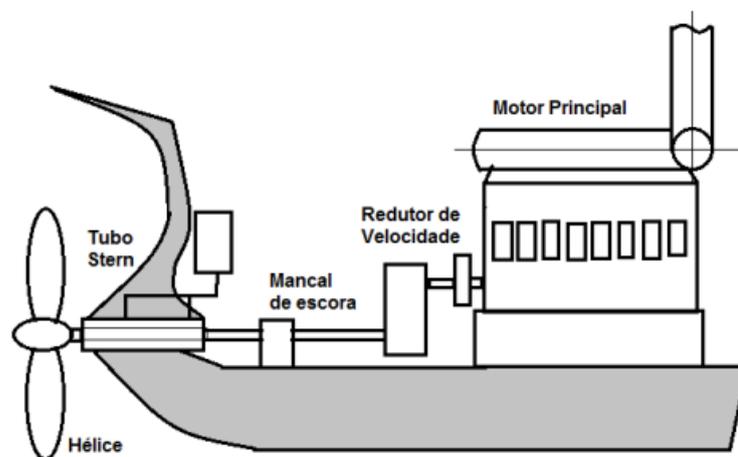
Figura 5 – Mancal lubrificante no tubo telescópico.



Fonte: STRAUHS(2020)

Na Figura 6 é possível identificar também um outro tipo de mancal localizado próximo a caixa redutora, chamado de mancal de escora. Este possui um subelemento chamado de sapata, que podem funcionar como borrachas de vedação que dissipam as forças axiais que podem aparecer no mancal e auxiliam da lubrificação das duas superfícies em contato. “O mancal de escora é um elemento mecânico, que transfere a carga de empuxo do hélice para o casco do navio, podendo ser uma unidade independente ou parte integrante do MCP.” (COSTA et al., 2017)

Figura 6 – Sistema com a presença de mancal de escora.



Fonte: IFPB(2013)

3.2.2 HÉLICES

A maneira como são escolhidos dependem de características específicas do projeto e da embarcação. Para dimensionar os hélices é necessário fazer uma determinada modelagem usando Séries adequadas para o tipo de sistema, tipos adequados de embarcações e porte necessário para suprir as demandas de eficiência.

Os principais materiais de que são feitas são resistentes à corrosão e com boa ductilidade, geralmente constituem-se de ligas de cobre, níquel e alumínio, que são um pouco mais leves e resistentes que o alumínio e o aço inoxidável, estes últimos bastante utilizados. Na Figura 7 é possível identificar o hélice de uma embarcação regional.

Figura 7 – Hélice de embarcação.



Fonte: AUTORA(2023)

3.2.3 CAIXA REDUTORA

Possui como principal finalidade diminuir a velocidade de saída do motor, na Figura 8 é possível identificar como é esse componente. De forma generalizada, as caixas possuem: Entrada e saída, rolamentos, engrenagens e carcaças (alumínio ou ferro fundido), também podem ser caracterizadas por desempenhos, baixo nível de ruído e quanto a versatilidade.

Figura 8 – Caixa Redutora.



Fonte: MBEARINGS(2023)

3.2.4 EIXO PRINCIPAL

É através do eixo que o movimento de rotação e a força é transmitido do motor até o hélice, o túnel protege o eixo e está fixo no casco, permitindo a rotação do eixo dentro dele. Os principais materiais dos eixos navais são: aço inox 304(não magnético) e aço carbono, os diâmetros variam conforme a potência do motor. Não é apropriado a utilização de eixos com diâmetro inferiores a 3mm e superiores a 10 mm, considerando um modelo com mais de 2 m de comprimento, a escolha irá depender do modelista e a melhor adequação para o projeto. Na Figura 9 têm-se eixos dos mais variados diâmetros.

Figura 9 – Eixos de embarcações.



Fonte: NAUTICEXPO(2022)

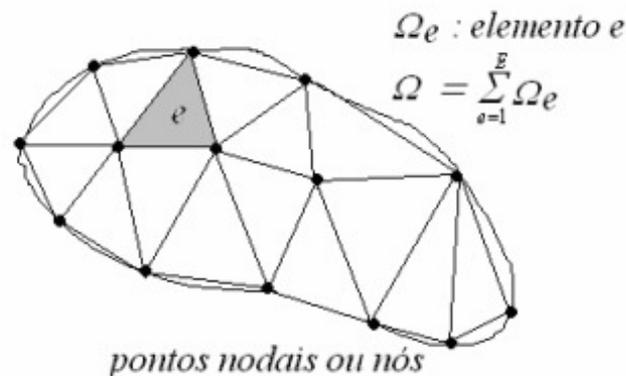
3.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é usado para encontrar soluções aproximadas a partir de equações diferenciais aplicadas no domínio de análise, sendo muito úteis para a ciência e engenharia. É possível realizar simulações de condições reais em um espaço discreto, fazendo o limite infinitesimal tender ao contínuo. (ALVES, 2007)

"A origem do desenvolvimento deste recurso ocorreu no final do século XVIII, entretanto, a sua viabilização tornou-se possível somente com o advento dos computadores, facilitando a resolução das enormes equações algébricas". (LOTTI et al., 2006)

Foi validado ao longo da história por matemáticos que examinavam domínios grandes e complexos. O MEF consiste na discretização do domínio em análise e tem aplicação em vários exemplos em que a região macro é dividida em seções, executando equações diferenciais adequadas para estudo. Na Figura 10 se compreende como funciona essa repartição.

Figura 10 – Domínio seccionado da região em análise



Fonte: ALVES(2007)

O procedimento é feito de modo a atribuir aproximações locais nos subdomínios ao invés de utilizar aproximações de caráter global. Para a obtenção de resultados cada vez melhores, aumenta-se a quantidade de subdomínios, mas sempre mantendo o mesmo comportamento local. Estas repartições são chamadas de elementos finitos, que são identificados por sua forma geométrica, pelas funções aproximadas e pelos tipos de situação para o qual foi desenvolvido. Os elementos possuem um número definido de pontos nodais, ou nós, que podem ser internos ou externos fazendo conexão com os elementos adjacentes. (MAZZILLI et al., 2010)

3.4 MATRIZ DE RIGIDEZ

Após o entendimento da análise do MEF, é possível aplicar as relações da mecânica clássica. Para o estudo, foram empregadas relações para vigas hiperestáticas. Dessa forma, com a presença dos subdomínios, são criadas matrizes com a quantidade de nós em análise. A Matriz 1 contém a relação envolvendo os coeficiente de rigidez K_n .

$$K = [K_{AB}] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{11} & \dots & K_{1n} \\ K_{12} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Tem-se na Matriz 2, quadrada de quarta ordem, a relação para encontrar a rigidez dos elementos K_n , dependendo dos fatores geométricos como módulo de elasticidade E e do momento de inércia do material I .

$$[K_{AB}] = \begin{bmatrix} \frac{12.EI}{L^3} & \frac{6.EI}{L^3} & \frac{-12.EI}{L^3} & \frac{6.EI}{L^3} \\ \frac{6.EI}{L^3} & \frac{4.EI}{L^3} & \frac{-6.EI}{L^3} & \frac{2.EI}{L^3} \\ \frac{-12.EI}{L^3} & \frac{-6.EI}{L^3} & \frac{12.EI}{L^3} & \frac{-6.EI}{L^3} \\ \frac{6.EI}{L^3} & \frac{2.EI}{L^3} & \frac{-6.EI}{L^3} & \frac{4.EI}{L^3} \end{bmatrix} \quad (2)$$

A relação matricial das forcas nos elementos está na Equação 5 e diz respeito às cargas aplicadas F_n em cada ponto nodal.

$$F = [F_A] = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ F_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

O valor dos deslocamentos d se encontram na relação 4, retornando todas as movimentações nodais.

$$d = [d_B] = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ d_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[K][d] = [F] \quad (5)$$

Em que K= Matriz de rigidez;

d = Deslocamentos nodais;

F = Forças resultante da movimentação dos nós.

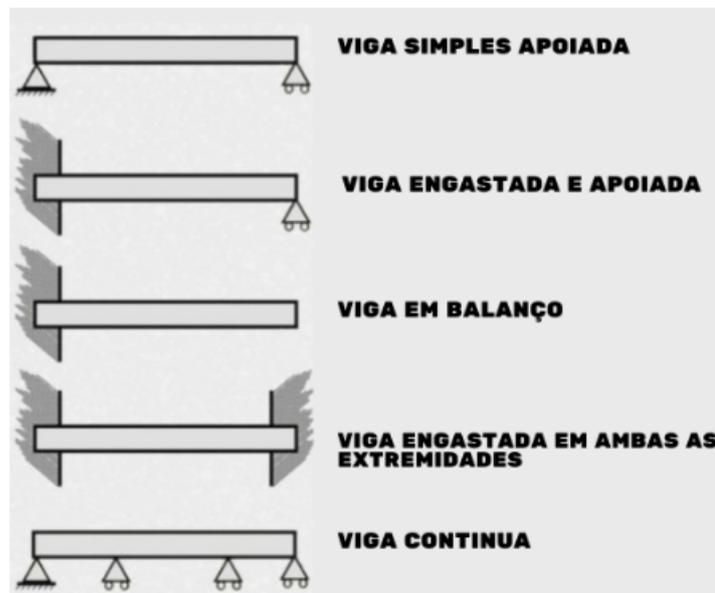
Assim, de forma generalizada, a Equação 6 será utilizada para calcular a deflexão da viga no eixo vertical devido à carga e rigidez do material.

$$\delta = [F][K] \quad (6)$$

3.5 DIAGRAMAS E LINHA ELÁSTICA

As vigas são elementos retilíneos com área de seção transversal constante e a força é aplicada perpendicularmente ao seu eixo longitudinal, podem ser distinguidas pela diferença de seus apoios e na Figura 11 têm-se algum exemplos de suportes:

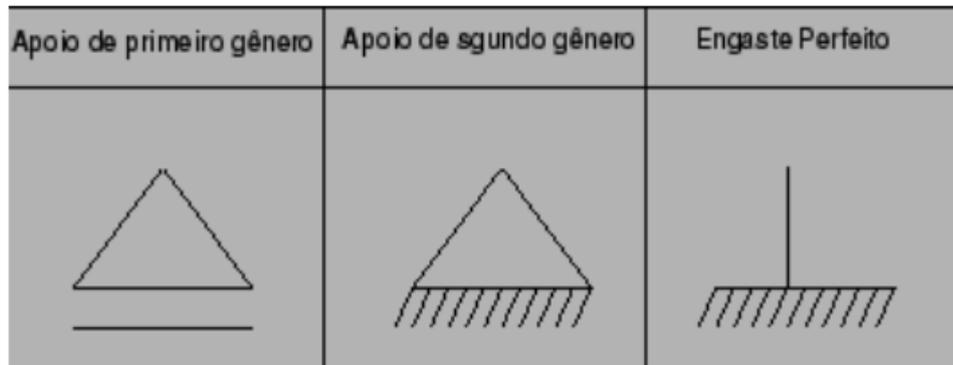
Figura 11 – Classificação das vigas contínuas.



Fonte: CUFMN(2020)

Neste estudo serão analisadas as condições analíticas de uma viga simplesmente apoiada, com apoios do primeiro ou segundo tipo, que diferem em quantos graus de liberdade serão restringidos. A Figura 12 contém sua descrição.

Figura 12 – Tipos de apoio em vigas.

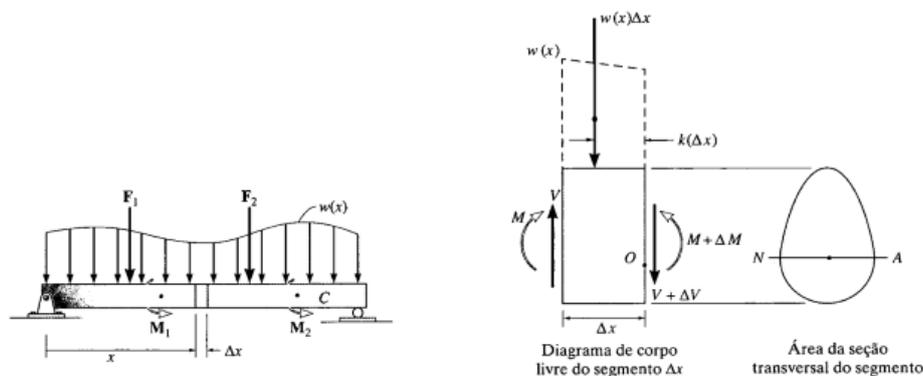


Fonte: ANGELFIRE(2006)

Devido à carga na superfície da viga, um conjunto de forças de cisalhamento e momentos fletores (referentes à capacidade de rotação naquele ponto) se desenvolvem na mesma direção de aplicação. Eles variam ao longo do comprimento do elemento e podem ser representados por equações polinomiais. Essas expressões são representadas por gráficos chamados diagramas, onde a abcissa é a variação no comprimento da viga (x) e a ordenada é a força de cisalhamento (V) ou o momento fletor (M) naquele ponto específico. Os valores máximos e mínimos que podem ser extraídos são importantes para aplicações em outros estudos de resistência estrutural.

Uma relação mais simplificada para criar esses diagramas pode ser encontrada de acordo com (HIBBELER, 2004), que se baseia em duas relações infinitesimais envolvendo cargas distribuídas. A Figura 13 apresenta uma viga submetida a duas forças concentradas e uma distribuída em que é possível montar seu diagrama de corpo livre em uma pequena distância Δx . A carga distribuída foi substituída por uma resultante $w(x)\Delta x$.

Figura 13 – Viga submetida a carregamento e seu diagrama de corpo livre.



Fonte: HIBBELER(2004)

Com a aplicação das equações de equilíbrio da mecânica, temos as Equações 7 e 8:

$$V - w(x)\Delta x - (V + \Delta V) = 0 \quad \text{e} \quad \implies \Delta V = -w(x)\Delta x \quad (7)$$

$$\begin{aligned} -V\Delta x - M + w(x)\Delta x[k\Delta x] + (M + \Delta M) &= 0 \\ \Delta M &= V(x)\Delta x - w(x)\Delta x[k\Delta x] \end{aligned} \quad (8)$$

Dividindo-se por um comprimento infinitesimal em ambas as equações e aplicando o limite com $\Delta x \implies 0$, as novas relações provenientes são as Equações 9 e 10.

$$\frac{dV}{dx} = -W(x) \quad (9)$$

$$\frac{dM}{dx} = V(x) \quad (10)$$

A Equação 9 retorna a inclinação do diagrama de cisalhamento dV em cada ponto dx e a intensidade da carga $W(x)$ distribuída no mesmo domínio. A Equação 10 retorna a inclinação do diagrama do momento dM em cada ponto dx e o cisalhamento $V(x)$ no mesmo domínio .

A Linhas Elástica é uma curva que resulta da obtenção dos deslocamentos sob a influência dos momentos encontrando-os em cada ponto nodal ao longo elemento $y(x)$. A Equação 11 rege o comportamento da deformação da viga, que depende do momento $M(x)$, módulo de elasticidade do material E e do momento de inércia da seção I :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-M(x)}{EI} \quad (11)$$

Dessa forma, aplicando as Equações 9 e 10 em 11 tem-se a relação para obtenção da deflexão da viga a partir da Equação 12.

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{-W(x)}{EI} \quad (12)$$

3.6 O EIXO E A TEORIA DO ALINHAMENTO

Os eixos das embarcações, por serem estruturas que recebem cargas uniformes e constantes, são analisados como vigas hiperestáticas e podem ter pequenos deslocamentos, os quais estão sendo gerados pelos momentos e tensões recebidas.

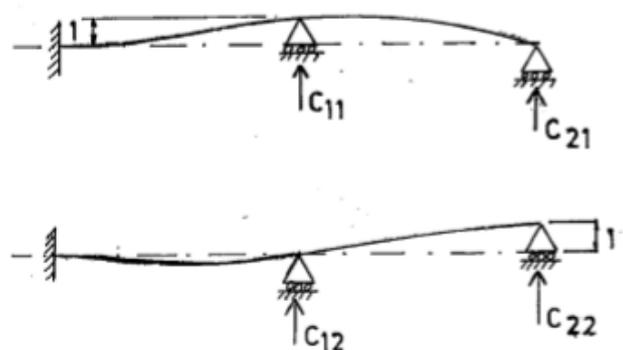
“O carregamento desta viga, na condição estática, é composto por: peso próprio da viga, peso dos diversos equipamentos, peso do hélice, empuxo da água do mar e do óleo lubrificante. Como uma viga, o eixo deve resistir a flexão”(BAPTISTA, 1993)

Para o estudo de alinhamento é fundamental verificar o comportamento da linha elástica do eixo. Não é desejável que as reações provenientes dos mancais sejam negativas pois influenciam na deflexão da viga, resultante de sua esbeltez e características geométricas e podem maximizar a amplitude de vibração e deformação no eixo. É necessário encontrar as reações dos mancais de apoio, os diagramas de esforço cortante, momento fletor e a linha elástica da viga que foi transcrita pela linha de eixo estudada.(DUARTE, 2022)

A Teoria da Curva Uniforme afirma que a partir da movimentação vertical dos mancais, é possível garantir a melhor distribuição das cargas desses elementos resultando nos valores adequados para momento fletor, tensão de cisalhamento e deflexões de maneira a garantir que o eixo permaneça linear.(BAPTISTA, 1993)

Caso seja detectado algum problema de alinhamento, pode-se ajustar o sistema formado pelos mancais e reajustar essas posições, para o qual são encontrados parâmetros locais dos elementos que afetam diretamente a possibilidade de ajuste das reações. Na figura 14 você pode visualizar melhor como é feita a modificação vertical.

Figura 14 – Deslocamento vertical coeficientes de influência.



Fonte: BAPTISTA(1993)

Os coeficientes de influência são fatores presentes na matriz de influência, obtidas pela aplicação de um deslocamento unitário (1mm) em cada mancal de apoio. Todos as

variações do sistema são realizadas e as reações desses movimentos são registradas. Assim, será estabelecido um sistema contendo a relação matricial presente na Equação 13 em que será possível obter a matriz contendo os coeficientes influenciadores.

$$R_f = R_i + C_{ij}.D_j \quad (13)$$

Onde, para n apoios ou mancais:

i é o índice referente ao apoio movimentado ($i=1$ a n);

R_i vetor contendo as reações iniciais;

R_f vetor contendo as reações finais;

C_{ij} Matriz com os coeficientes de influência e

D_j é o vetor com os deslocamentos dos mancais.

4 METODOLOGIA

4.1 MÉTODOS

A criação e desenvolvimento de projetos navais está relacionado com a conclusão de etapas sequenciais correlacionadas de forma que possam se atingir os objetivos gerais e específicos propostos inicialmente. Os métodos abordados por este trabalho estão vinculados à metodologia aplicada por (RAWSON, 1979) tal que é feita uma análise disciplinada e organizada sem levar em consideração os fatores externos que influenciam nos parâmetros do projeto. Dessa forma, há na Figura 15 uma esquematização do que foi realizado neste projeto.

Figura 15 – Metodologia desenvolvida.



Fonte: RAWSON(1979)

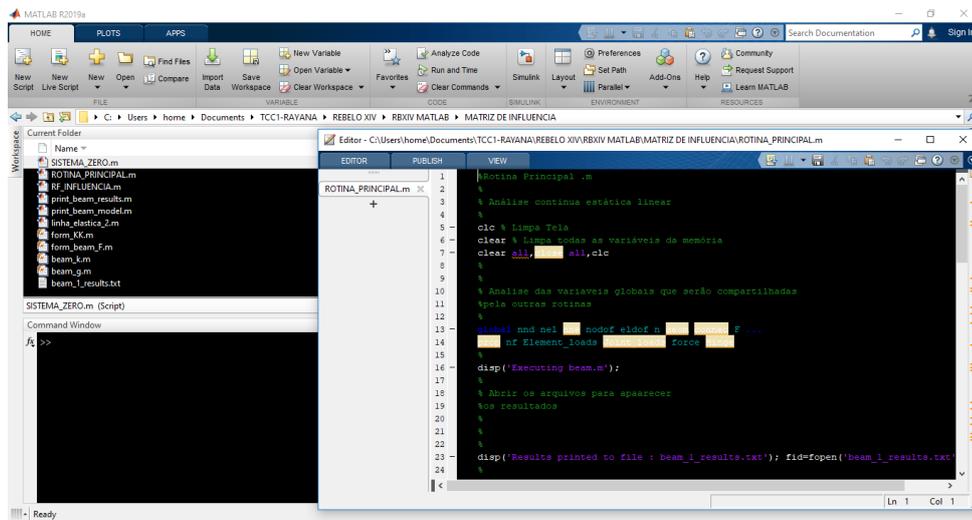
Seguindo a metodologia proposta, e já com os objetivos definidos na seção anterior, as próximas etapas serão descritas no Desenvolvimento desse trabalho, apontando as principais tarefas realizadas em cada etapa até a obtenção de resultados.

4.2 PROGRAMAS

- Matlab

É um programa com uma interface diferenciada em que a principal vantagem é a manipulação facilitada de matrizes. Possui códigos embutidos apropriados para as operações com matrizes e a utilização de rotinas as quais serão usadas para a organização das etapas da modelagem, separando seções de acordo com a finalizadas e as etapas do procedimento. É uma linguagem bem utilizada em ambiente academico e consegue ter um processamento rápido e eficaz. A Figura 16 mostra a janela com inicialização do código principal.

Figura 16 – Interface do Matlab.

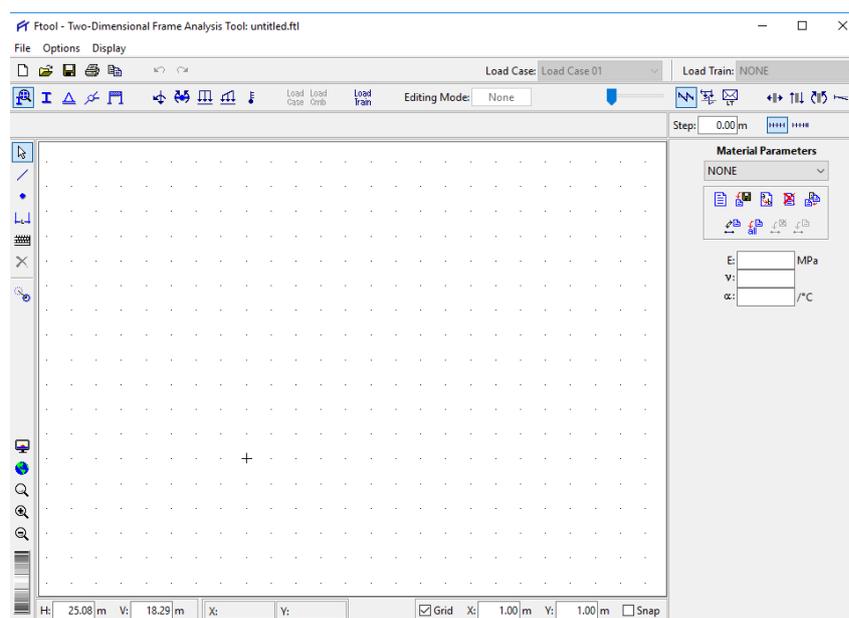


Fonte:Autora(2023)

- Ftool

É um programa nacional desenvolvido pela PUC-Rio de análise de comportamentos estruturais de vigas, pórticos e afins, muito utilizado pela engenharia civil. A principal aplicação do Ftool neste estudo é para a validação do código desenvolvido no Matlab, o eixo é modelado como uma viga, então também será modelado no ftool e assim poderá ratificar os gráficos provenientes do código principal feito no Matlab. Na Figura 17 há representação da interface do programa.

Figura 17 – Interface do Ftool.



Fonte:Autora(2023)

5 DESENVOLVIMENTO

5.1 CAMPO DE ATUAÇÃO E LIMITES

O sistema propulsivo de embarcações é responsável por gerar o empuxo necessário para a movimentação durante sua viagem. A linha de eixo, é a componente que interligará o hélice até motor principal, o qual iniciará sua função de geração de potência e energia. A linha de eixo é o principal objeto de estudo deste projeto, para isso a análise será feita correlacionando-a com uma viga hiperestática.

5.2 DESENVOLVIMENTO E CRIAÇÃO DO CÓDIGO

5.2.1 ROTINAS

O desenho da estrutura de modelagem do código é organizado, levando em conta a vantagem do Matlab decompor as funções em rotinas, assim os passos são divididos em diferentes rotinas, de forma que a principal conecte essas funções entre si. A Tabela 1 contém todas as rotinas criadas individualmente que serão chamadas ao longo do código principal.

Tabela 1 – Rotinas de modelagem.

Atribuição	Nome da Rotina
Código Principal	rotina-principal.m
Dados do exemplo	exemplo-NOME.m
Matriz rigidez local	beam-k.m
Matriz força global	form-beam-F.m
Condições de Contorno	beam-g.m
Matriz rigidez final	matriz-rigidez.m
Diagrama de Momento Fletor e Esforço Cortante	DEF-MF.m
Linha Elástica	linha-elastica-exemplo.m
Coefficientes de Influência	Coef-Influencia.m

Fonte: Autora(2023)

5.2.2 CÓDIGO PRINCIPAL

O Código contém a parte fundamental de aplicação da teoria de elementos finitos, conectando as informações da rotina de dados e realizando a análise global do sistema, obtendo as reações e os deslocamentos nodais que estão submetidos na viga. Durante esse processo, são aplicadas as condições de contorno decorrentes dos tipos de apoios e seus gêneros, influenciando diretamente na restrição do grau de liberdade, que resultará em deslocamentos nulos.

É inicializado o arquivo com comandos básicos de abertura do software Matlab, após isso, são declaradas as variáveis como preâmbulo de sua aparição em seu decorrer. É chamada a função que contém os dados do modelo em análise pelo nome dado ao arquivo.

Com as características da viga em inexas ao banco de dados, o código fará o processamento da matriz de rigidez e força global com auxílio de comandos de repetição, sempre acionando as rotinas auxiliares.

A *Listing 1* detalha o que foi realizado no Matlab, desempenhando a função de rotina principal da viga.

Listing 1 – Rotina Principal

```

1 %Análise continua viga estatica linear
2 clc %Limpa Tela
3 clear %Limpa todas as variaveis da memoria
4 clear all,close all,clc
5 % Analise das variaveis globais que serao compartilhadas
6 %pela outras rotinas
7 global nnd nel nne nodof eldof n geom connec F ...
8 prop nf Element_loads Joint_loads force Hinge
9 %%%%Executando o arquivo do exemplo.m%%%
10 %% Carregamento da rotina de dados
11 exemplo_R_N
12 KK =zeros(n)
13 F=zeros(n,1)
14 F = form_beam_F(F)
15 print_beam_model
16 for i=1:nel
17     kl=beam_k(i) % Forma do elemento da matriz
18     g=beam_g(i) %
19     KK =form_KK(KK, kl, g) % Encontrando a matriz global de rigidez
20 end
21 %%%%%%%%%% Fim do conjunto %%%%%%%%%%
22 delta = KK\F % Resolvendo os deslocamentos desconhecidos

```

```

23 % Extraindo os deslocamentos nodais
24 for i=1:nnd
25     for j=1:nodof
26         node_disp(i,j) = 0
27         if nf(i,j)~= 0;
28             node_disp(i,j) = delta(nf(i,j))
29         end
30     end
31 end
32 for i=1:nel
33     kl=beam_k(i)% Forma matricial do elemento
34     g=beam_g(i)
35     for j=1:eldof
36         if g(j)== 0
37             ed(j)=0.
38         else
39             ed(j) = delta(g(j))
40         end
41     end
42     fl = kl*ed'
43     f0 = Element_loads(i,:)
44     force(i,:) = fl-f0'
45 end
46 matriz_rigidez;
47 fclose(fid);

```

5.2.3 DADOS DO EXEMPLO

A validação do código foi feita com a modelagem de outras vigas com diversas características e as principais informações extraídas estão listadas, sendo:

- Número de nós;
- Nós por elementos;
- Graus de liberdade por nó;
- Posições Nodais;
- Informações geométricas a respeito da seção da viga;
- Condições de contorno;
- Cargas Concentradas;
- Cargas distribuídas.

5.2.4 MATRIZ RIGIDEZ LOCAL

A rigidez do material é fundamental para a análise comportamental e a escolha da peça adequada para o serviço que será submetido, durante sua utilização. Nesta rotina, será realizada a construção da matriz que contém os coeficientes de rigidez, baseados na teoria de resistência dos materiais para vigas e a utilização no código das equações citadas na seção 3.4, e com o auxílio de comando de interação *for*, de acordo com as especificações de comprimento e formato da seção circular para obtenção da inércia. Foi possível calcular a matriz de rigidez local para cada elemento da viga presente na *Listing 2*.

Listing 2 – Matriz de Rigidez Local

```

1 function [kl] = beam_k(i)
2 %
3 %Criacao a partir das coordenadas da matriz de rigidez local
4 global nnd nel nne nodof eldof
5 global geom connec prop nf load Hinge
6 %
7 % Conectando os nos do elemento i
8 %
9 node1=connec(i,1);
10 node2=connec(i,2);
11 %
12 %
13 % Conectando as coordenadas x e y dos nos 1 e 2
14 %
15 x1=geom(node1); x2=geom(node2);
16 %
17 % Carregando o comprimento do elemento i
18 %
19 L = abs(x2-x1);
20 %
21 % Encontrando as propriedades da secao do elemento i
22 %
23 EI = prop(i,1)*prop(i,2);
24 %
25 %Calculando a rigidez de cada elementos nas coordenadas locais
26 %
27 if Hinge(i, 1) == 0
28 kl=[ 3*EI/L^3 0 -3*EI/L^3 3*EI/L^2 ; ...
29      0 0 0 0 ; ...
30      -3*EI/L^3 0 3*EI/L^3 -3*EI/L^2 ; ...
31      3*EI/L^2 0 -3*EI/L^2 3*EI/L ];

```

```

32 elseif Hinge(i, 2) == 0
33 k1=[ 3*EI/L^3 3*EI/L^2 -3*EI/L^3 0 ; ...
34      3*EI/L^2 3*EI/L -3*EI/L^2 0 ; ...
35      -3*EI/L^3 -3*EI/L^2 3*EI/L^3 0 ; ...
36      0 0 0 0 ] ;
37 else
38 k1=[ 12*EI/L^3 6*EI/L^2 -12*EI/L^3 6*EI/L^2 ; ...
39      6*EI/L^2 4*EI/L -6*EI/L^2 2*EI/L ; ...
40      -12*EI/L^3 -6*EI/L^2 12*EI/L^3 -6*EI/L^2 ; ...
41      6*EI/L^2 2*EI/L -6*EI/L^2 4*EI/L ];
42 end
43 %
44 % Fim function beam_k

```

5.2.5 MATRIZ FORÇA LOCAL

De posse das forças que atuam na linha de eixo e a posição exata em que estão essas cargas, é possível direcionar essas informações para a matriz que terá as forças resultantes em cada nó, nesta parte do código é realizada a coleta das cargas concentradas e distribuídas agrupando-as de acordo com a quantidade de elementos e nós em cada grau de liberdade. É possível visualizar na *Listing 3*.

Listing 3 – Matriz Força Local

```

1 function [F] = form_beam_F(F)
2 %
3 % Essa funcao cria agrupa as forcas distribuidas e concentradas
4 %
5 global nnd nodof nel eldof
6 global nf Element_loads Joint_loads
7 %
8 for i=1:nnd
9     for j=1:nodof
10         if nf(i,j)~= 0
11             F(nf(i,j)) = Joint_loads(i,j)
12         end
13     end
14 end
15 %
16 %
17 for i=1:nel
18     g=beam_g(i) % Retrieve the element steering vector
19     for j=1:eldof

```

```

20     if g(j)~= 0
21         F(g(j))= F(g(j)) + Element_loads(i , j)
22     end
23 end
24 end
25 % Joint_Loads sao as cargas concentradas
26 %Element_loads sas cargas distribuidas no elemento
27 %%%%%%%%%%% Fim da funcao form_beam_F %%%%%%%%%%%

```

5.2.6 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Em relação as restrições dos graus de liberdade, pode-se verificar sua influência resultante das condições de contorno, visto que dependendo do tipo do elementos na linha de eixo ou do tipo de mancal, haverá essa delimitação, ou seja, não acontecerá movimentação em todos do graus de liberdade. Dessa forma, a *Listing 4* contém comandos condicionais que vão atribuir deslocamentos nulos de acordo com as informações inseridas na rotina exemplo-NOME.m, fator que depende do tipo de gênero do mancal.

Listing 4 – Condições de Contorno

```

1 function [g] = beam_g(i)
2 % Essa funcao aplica as condicoes de contorno
3 global connec nf
4 % retrieve the nodes of element i
5 node_1=connec(i , 1);
6 node_2=connec(i , 2);
7 g=[nf(node_1 , 1); nf(node_1 , 2); nf(node_2 , 1); nf(node_2 , 2)];
8 %%%%%%%%%%% fim da funcao beam_g %%%%%%%%%%%

```

5.2.7 MATRIZ DE RIGIDEZ FINAL

Esta *Listing 5* é destinada para retornar a matriz de rigidez com a aplicação das condições de contorno, visto que será utilizada para encontrar os deslocamentos finais dos graus de liberdade não-nulos. Esta função é de suma importância posteriormente para o cálculo das reações dos mancais, os quais analisam a condição de alinhamento da viga. Reações positivas são desejáveis para uma distribuição adequada de força e consequentemente bom alinhamento.

Listing 5 – Matriz Rigidez Final

```

1 for i=1:nel
2     kl=beam_k(i) % Forma do elemento da matriz
3     g=beam_g(i) %

```

```

4     KK =form_KK(KK, kl , g) % Encontrando a matriz global de rigidez
5 end

```

5.2.8 DIAGRAMA DE MOMENTO FLETOR E ESFORÇO CORTANTE

Nos diagramas é desadado encontrar uma distribuição uniforme significativa para uma boa resistência estrutural. Portanto, na *Listing 6* são plotados esses dois gráficos, considerando que irão estar conectados com as informações de cargas presente no exemplo. De posse da função matemática de momentos fletores, foi utilizada os conceitos já descritos na Subseccion 3.5. Os diagramas são plotados e aparecem na tela quando o código é compilado.

Listing 6 – Diagramas Momento Fletor e Esforço Cortante

```

1 global nnd nel nne nodof eldof force
2 global geom connect prop nf load Hinge kl EI
3 %PLOTANDO AS CURVAS
4
5 Rotina Principal;
6 REACOES= zeros(nnd,1);
7 REACOES=[force(1,1) force(1,2);...
8     force(1,3)+force(2,1) force(1,4)+force(2,2);...
9     force(2,3)+force(3,1) force(2,4)+force(3,2);...
10    force(3,3) force(3,4)]
11
12 RF=[REACOES(1,1) Qc(1,1);...
13     REACOES(2,1) Qc(1,3)+Qc(2,1);...
14     REACOES(3,1) Qc(2,3)+Qc(3,1);...
15     REACOES(4,1) Qc(3,3)];
16
17 q=-2; %carga distribuida em N/mm colocar o
18     sinal positivo ou negativo
19 L1=4000;% comprimento do primeiro trecho em mm
20 L2=5000;%comprimento do segundo trecho em mm
21 L3=5000;%comprimento do terceiro trecho em mm
22 L=L1+L2+L3;
23 $EI_1 = prop(1,1)*prop(i,2);
24 EI_2 = prop(2,1)*prop(2,2);
25 EI_3 = prop(3,1)*prop(3,2);
26 x=0:1:L1;
27 y=L1:1:L1+L2;
28 z=L1+L2:1:L1+L2+L3;

```

```

29 MAB=(RF(1,1)*x+RF(1,2)*x+q*(x.^2)/2);
30 MBC=(RF(1,1)*y+RF(1,2)*y+q*(y.^2)/2+RF(2,1)*(y-L1));
31 MCD= (RF(1,1)*z+RF(1,2)*z+q*(z.^2)/2+RF(2,1)*(z-L1)+
32 (RF(3,1)+RF(3,2))*(z-(L1+L2)));
33 figure
34 plot(x,-1*MAB,y,-1*MBC,z,-1*MCD)
35 grid on
36 title('Diagrama de Momento Fletor')
37 xlabel('Comprimento da barra(mm)')
38 ylabel('Momento Fletor (N.mm)')
39
40 h=1;
41 x = 0:h:L1; % domain
42 f1 = (MAB); % range
43 VAB = diff(f1)/h; % first derivative
44 y = L1:h:L1+L2; % domain
45 f2 = (MBC); % range
46 VBC = diff(f2)/h; % first derivative
47 Z = L1+L2:h:L; % domain
48 f3 = (MCD); % range
49 VCD = diff(f3)/h; % first derivative
50 figure
51 plot(x(:,1:length(VAB)),VAB)
52 plot(x(:,1:length(VAB)),VAB,y(:,1:length(VBC)),
53 VBC,Z(:,1:length(VCD)),VCD)
54 grid on
55 title('Diagrama de Esforco Cortante')
56 xlabel('Comprimento da barra(mm)')
57 ylabel('Esforco Cortante')
58 %AGORA FAREMOS A DERIVADA PARA ENCONTRAR A CURVA DE CARGA
59 h=1;
60 x = 0:h:L1; % domain
61 f4= (VAB); % range
62 WAB = diff(f4)/h; % first derivative
63 y = L1:h:L1+L2; % domain
64 f5 = (VBC); % range
65 WBC = diff(f5)/h; % first derivative
66 z = L1+L2:h:L; % domain
67 f6 = (VCD); % range
68 WCD = diff(f6)/h; % first derivative
69 figure

```

```

70
71 plot(x(:,1:length(WAB)),WAB,y(:,1:length(WBC)),
72 WBC,z(:,1:length(WCD)),WCD)
73 grid on
74 title('Curva de Carga')
75 xlabel('Comprimento da barra(mm)')
76 ylabel('Peso (N)')

```

5.2.9 LINHA ELÁSTICA

A importância das linha elástica é vista para verificar o deslocamento máximo que a viga irá suportar, desde que a faixa de deslocamentos não ultrapassem a região plástica do material. A *Listing 7* apresenta a teoria desenvolvida na Subseção 3.5 sendo plotada a curva da viga da linha de eixo estudada.

Listing 7 – Obtendo a curva de deflexão da viga - Linha elástica

```

1 global mnd nel nne nodof eldof force
2 global geom connect prop nf load Hinge kl EI RF REACOES
3 DEF_MF_EXEMPLO;
4 EI_1 = prop(1,1)*prop(i,2);
5 EI_2 = prop(2,1)*prop(2,2);
6 EI_3 = prop(3,1)*prop(3,2);
7 EI_4 = prop(4,1)*prop(4,2);
8 syms x;
9 MAB=(RF(1,1)*x+RF(1,2)*x+q*(x.^2)/2);
10 MBC=(RF(1,1)*x+RF(1,2)*x+q*(x.^2)/2+RF(2,1)*(x-L1));
11 MCD= (RF(1,1)*x+RF(1,2)*x+q*(x.^2)/2+RF(2,1)*(x-(L1))+
12 (RF(3,1)+RF(3,2))*(x-(L1+L2)));
13 MDE= (RF(1,1)*x+RF(1,2)*x+q*(x.^2)/2+RF(2,1)*(x-L1)+(RF(3,1)
14 +RF(3,2))*(x-(L1+L2))+RF(4,1)*(x-(L1+L2+L3)));
15 syms C1_AB C1_BC C1_CD C1_DE
16 incAB=int(MAB,x)+C1_AB;
17 incBC=int(MBC,x)+C1_BC;
18 incCD=int(MCD,x)+C1_CD;
19 incDE=int(MDE,x)+C1_DE;
20 %Encontrando a segunda derivada
21 syms C2_AB C2_BC C2_CD C2_DE
22 d_incAB=int(incAB,x)+C2_AB;
23 d_incBC=int(incBC,x)+C2_BC;
24 d_incCD=int(incCD,x)+C2_CD;
25 d_incDE=int(incDE,x)+C2_DE;
26 % %Linha Elastica com as constantes

```

```

27 yAB=d_incAB/EI_1;
28 yBC=d_incBC/EI_2;
29 yCD=d_incCD/EI_3;
30 yDE=d_incDE/EI_4;
31 %ENCONTRANDO OS COEFICIENTES
32 %Aplicando a primeira condicao de contorno
33 %TRECHO AB
34 yAB1=subs(yAB,x,0);
35 C2_ab=solve(yAB1==0);
36 %TRECHO BC
37 yBC1=subs(yBC,x,L1)==0;
38 %TRECHO CD
39 yCD1=subs(yCD,x,L1+L2)==0;
40 %TRECHO DE
41 yDE1=subs(yDE,x,L1+L2+L3)==0;
42 %Aplicando a segunda condicao de contorno
43 %TRECHO AB
44 yAB2=subs(yAB,{x,C2_AB},{L1,C2_ab});
45 C1_ab=solve(yAB2==0);
46 %TRECHO BC
47 yBC2=subs(yBC,x,L1+L2)== 0;
48 [C1_bc C2_bc]=solve([yBC1 yBC2],[C1_BC,C2_BC])
49 %TRECHO CD
50 yCD2=subs(yCD,x,L1+L2+L3)== 0;
51 [C1_cd C2_cd]=solve([yCD1 yCD2],[C1_CD,C2_CD])
52 %TRECHO DE
53 yDE2=subs(yDE,x,L)== 0;
54 [C1_de C2_de]=solve([yDE1 yDE2],[C1_DE,C2_DE])
55
56 %Equacao linha elastica final
57 %TRECHO AB
58 yAB_f=subs(yAB,{C1_AB,C2_AB},{C1_ab,C2_ab});
59 %%TRECHO BC
60 yBC_f=subs(yBC,{C1_BC,C2_BC},{C1_bc,C2_bc});
61 % %TRECHO CD
62 yCD_f=subs(yCD,{C1_CD,C2_CD},{C1_cd,C2_cd});
63 %TRECHO DE
64 yDE_f=subs(yDE,{C1_DE,C2_DE},{C1_de,C2_de});
65 linha_elastica;
66 fplot(yAB_f,[0 L1],'b')
67 hold on

```

```

68 fplot(yBC_f,[L1 L1+L2] , 'b')
69 hold on
70 fplot(yCD_f,[L1+L2 L1+L2+L3] , 'b')
71 hold on
72 fplot(yDE_f,[L1+L2+L3 L] , 'b')
73 hold on
74 grid on
75 title('LINHA ELASTICA')
76 xlabel('Comprimento da barra(mm)')
77 ylabel('Deslocamento vertical (mm)')
78 ylim([-0.2 0.2])

```

5.2.10 COEFICIENTES DE INFLUÊNCIA

Nesta etapa foi realizada a simulação da movimentação vertical unitária dos apoios e foram coletadas as reações para cada cenário, sendo guardados esses valores a fim de construir a matriz de coeficientes de influência. A matriz é de ordem quadrada e as variações foram feitas no Ftool e as reações resultantes foram direcionadas ao Matlab para o processo de construção da matriz de influência. A *Listing 8* apresenta o desenvolvimento desse processo.

Listing 8 – Coeficientes de Influência

```

1 global mnd nel nne nodof eldof force
2 global geom connect prop nf load Hinge kl EI RF REACOES
3
4 Reacoes=[force(1,1);
5         force(1,3)+force(2,1);
6         force(2,3)+force(3,1);
7         force(3,3)+force(4,1);
8         force(4,3)]
9 RFmancal01=[8797.8;
10          990.71;
11          9872.26;
12          968.08;
13          4571.14];
14
15 CF_01=(RFmancal01-Reacoes);
16 % RFmancal02
17 RFmancal02=[-482.18;
18          15455.14;
19          1263.8;

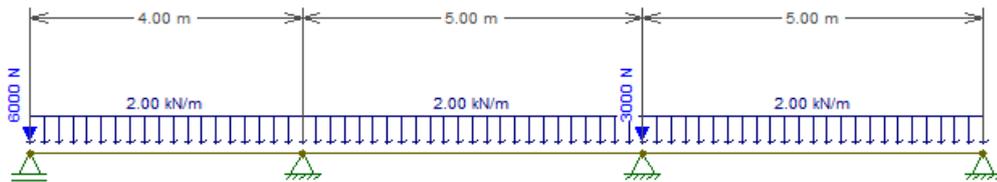
```

```
20 8491.75;
21 471.50]
22 CF_02=(RFmancal02-Reacoes);
23 % RFmancal03
24 RFmancal03=[7984.08;
25             848.51;
26             15410.55;
27             -14689.10;
28             15645.96]
29 CF_03=(RFmancal03-Reacoes);
30 % RFmancal04
31 RFmancal04=[2923.43;
32             11919.98;
33             10845.57;
34             64257.33;
35             43055.18]
36 CF_04=(RFmancal04-Reacoes);
37
38 % RFmancal05
39 RFmancal05=[6290.10;
40             3663.35;
41             19253.11;
42             43291.56;
43             39285.0];
44
45 CF_05=(RFmancal05-Reacoes);
46 Matriz_de_influencia=zeros(nnd,nnd);
47 Matriz_de_influencia(:,1)=CF_01;
48 Matriz_de_influencia(:,2)=CF_02;
49 Matriz_de_influencia(:,3)=CF_03;
50 Matriz_de_influencia(:,4)=CF_04;
51 Matriz_de_influencia(:,5)=CF_05;
52 Matriz_de_influencia
```

5.3 MODELAGEM E TESTE EXEMPLO GENÉRICO

O código foi validado com exemplo de vigas simples testadas e comparadas com o programa Ftool. A seguir, na Figura 18 chamado exemplo-FBP retrata uma viga com quatro nós e distribuição contínua de carregamento com duas cargas axiais.

Figura 18 – Viga com 4 nós e distribuição contínua.



Fonte:Autora(2023)

As principais características do Exemplo-FBP estão organizados na Tabela 2, após a inserção das informações, o código principal irá submeter a compilação este exemplo e retornará as reações, diagramas e linha elástica.

Tabela 2 – Dados de inicialização

Dados de inicialização Exemplo-FBP	
Número de nós	04
Nós por elemento	02
Graus de liberdade por nó	02
Posições Nodais	0 m,4 m,9 m, 14 m
Módulo de seção	Material: Aço
Momento de Inercia	Seção Circular: 19 mm
Nós com Restrição do grau de liberdade	Apois de 1º e 2º gêneros
Cargas Concentradas	2 KN/m
Cargas distribuidas	6 KN e 3 KN

Fonte: Autora(2023)

As Figuras 19 e 20 apresenta o resultado comparativo do Matlab e Ftool respectivamente.As forças verticais com sentido para cima representam as reações geradas nos mancais de apoio da viga e não foram gerados momentos nestes nós de apoio.

Figura 19 – Resultado das reações de força e momento no Matlab.

```

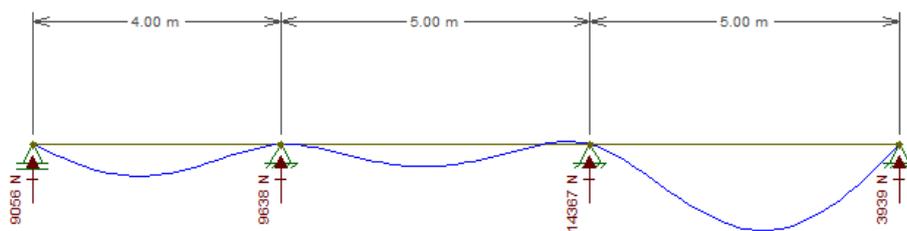
REAÇÕES
Elemento f1 M1 Fy2 M2
1, 9055.97, 0.00, 4944.03, -3776119.40
2, 4694.03, 3776119.40, 5305.97, -5305970.15
3, 9061.19, 5305970.15, 3938.81, 0.00

REACOES =

9.0560e+03    0
9.6381e+03    0
1.4367e+04    0
3.9388e+03    4.6566e-10
  
```

Fonte:Autora(2023)

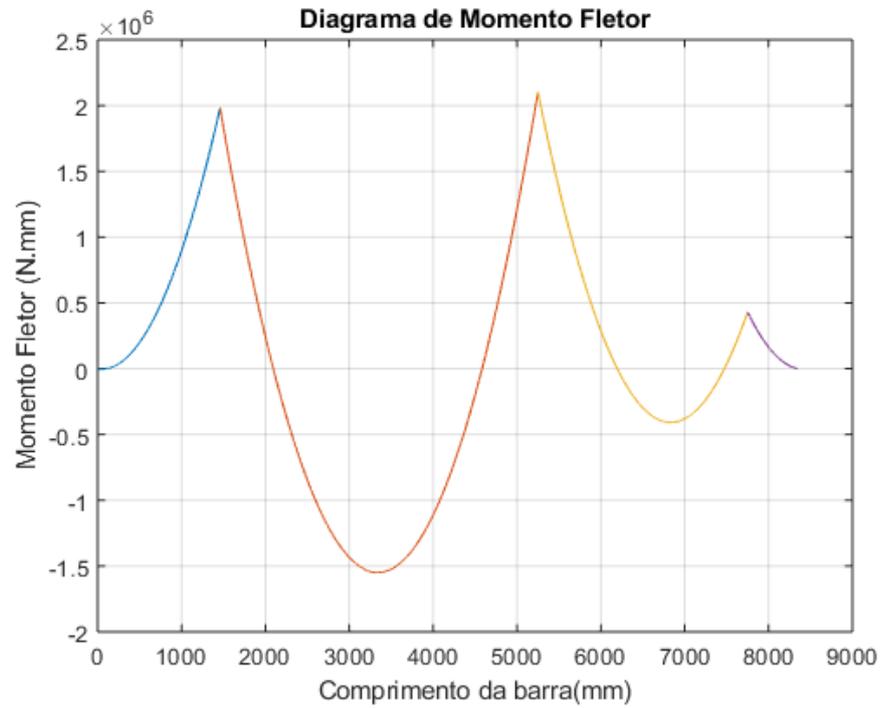
Figura 20 – Resultado das reações de força e momento no Matlab.



Fonte:Autora(2023)

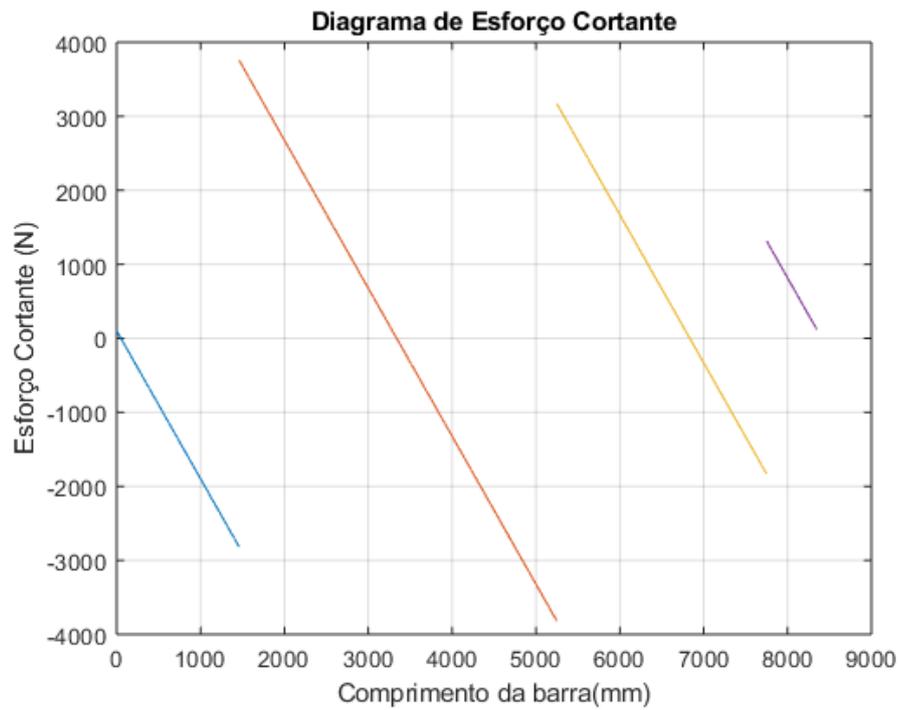
Nas Figuras 21 e 22 estão representes os gráficos de esforço cortantes e momentos fletores do código desenvolvido no Matlab, confirmando que o código retornou os parâmetros solicitados.

Figura 21 – Diagrama Momento Fletor Exemplo FBP.



Fonte:Autora(2023)

Figura 22 – Diagrama Esforço Cortante Exemplo FBP.



Fonte:Autora(2023)

5.4 MODELAGEM E APLICAÇÃO REBELO XIV

Ter empurradores eficientes para o sistema propulsivo se faz necessário para muitas empresas transportadoras e para operações de manobra. Na Figura 23 tem-se a embarcação Rebelo XIV, um empurrador classificado por ter dimensões maiores que o padrão da região, e desempenha sua atividade em comboios de balsas tanques que percorrem a hidrovia do Rio Madeira, foram extraídos os parâmetros de linha de eixo em levantamento presencial a fim de coletar as principais informações para a análise. Este se encontrava em um estaleiro da região para manutenções de rotina, suas principais características são:

$$\text{Comprimento} = 50,290 \text{ m}$$

$$\text{Boca} = 11,580 \text{ m}$$

$$\text{Pontal} = 4,420 \text{ m}$$

Figura 23 – Empurrador Rebelo XIV.



Fonte: Autora(2023)

De posse dos dados reais coletados em levantamento presencial, foi realizada uma representação do sistema propulsivo com foco na linha de eixo e foi desenhado através do programa Autocad 2022. As duas representações se encontram no APÊNDICE A deste trabalho.

A rotina exemplo-RebeloXIV.m foi criada e assim todas as características coletadas provenientes da linha de eixo foram inseridas no código e dessa forma estão sintetizados na Tabela 3, após a inserção das informações, o programa irá efetuar todas as etapas já descritas na seção anterior de maneira a printar os resultados das reações obtidas nos mancais que são os nós de análise.

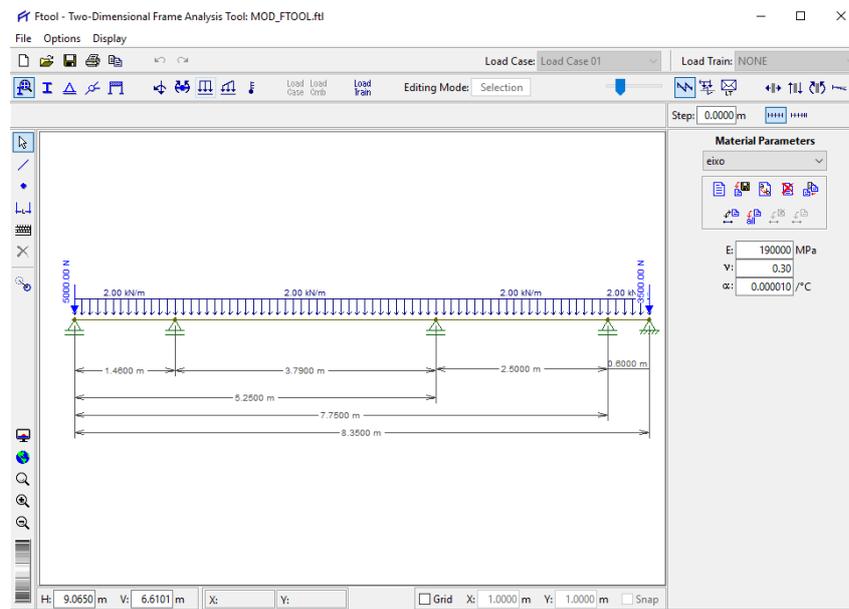
Tabela 3 – Dados de inicialização Rebelo XIV

Dados de inicialização	
Número de nós	05
Nós por elemento	02
Graus de liberdade por nó	02
Posições Nodais	0; 1,460m ; 5,250m ; 7,750m ; 8,350m
Módulo de seção	Material: Aço
Momento de Inercia	Seção Circular: 19 mm
Nós com Restrição do grau de liberdade	Apoios do 1º e 2º gênero
Cargas Concentradas	Peso do Hélice 2
Cargas distribuidas	Peso do Eixo e Caixa Redutora : 2 KN/m

Fonte: Autora(2023)

Após a etapa da criação de código, faz-se a validação com o programa Ftool. Logo, a viga foi desenhada na interface do programa e assim foram inseridas as características necessárias para que o aplicativo plotasse as reações, diagramas de esforço cortante, momento fletor e linha elástica. Na Figura 24 tem-se a viga desenhada no Ftool.

Figura 24 – Representação no Ftool da viga.



Fonte:Autora(2023)

Vale ressaltar que a força distribuída usada para o exemplo foi estimada a partir de informações gerais de eixos de embarcações da região Amazônica e também com algumas informações recebidas do empurrador, assim como o peso do hélice do Rebelo e o peso da caixa redutora. Dessa forma, esses valores são aproximados da vida real da embarcação. A *Listing 9* apresenta a modelagem do empurrador.

Listing 9 – Modelagem Rebelo XIV

```

1 % Arquivo: ExemploRebelo xiv.m
2 global nnd nel nne nodof eldof n geom connec ...
3 prop nf Element_loads Joint_loads Hinge
4 format short e
5 %Inicio dos dados de entrada
6 %Numero de nos
7 nnd = 5;
8 %Numero de elementos
9 nel = nnd-1;
10 %Numero de nos por elemento
11 nne = 2 ;
12 %Numero de graus de liberdade por no
13 nodof =2 ;
14 %Numero de graus de liberdade
15 eldof = nne*nodof;
16 % Coordenadas nodais X e Y
17 geom=zeros(nnd,1);

```

```

18 geom= [ 0.; ...
19         1460.;...
20         5250.;...
21         7750;...%
22         8350.];
23 % Elementos de conectividade
24 connec= zeros(nel,2);
25 connec = [1 2 ; ...
26           2 3 ; ...
27           3 4;...
28           4 5.];
29 %Propriedades geometricas
30 %As propriedades sao respectivamente
31 %o modulo de elasticidade e o momento de inercia
32 prop=zeros(nel,2);
33 prop = [190e+3 6.397e7; ... % E and I do elemento 1
34         190e+3 6.397e7; ... % E and I do elemento 2
35         190e+3 6.397e7; ... % E and I do elemento 3
36         190e+3 6.397e7]; % E and I do elemento 4
37 % O E esta em MPA
38 % 1 MPA= 1 N/mm^2
39 %190Gpa= 190*10e3MPa
40 %O I esta em mm4
41 %Condicoes de contorno
42 nf = ones(nnd, nodof); % Iniciando a matriz nf com 1
43 %Agora serao colocados as restricoes dos
44 %graus de liberdade devidos os apoios
45 nf(1,1) = 0;
46 nf(2,1) = 0;
47 nf(3,1) = 0;
48 nf(4,1) = 0;
49 nf(5,1) = 0;
50 %Construcao da matriz com a aplicacao dos graus
51 n=0;
52 for i=1:nnd
53     for j=1:nodof
54         if nf(i,j) ~= 0
55             n=n+1;
56             nf(i,j)=n;
57         end
58     end

```

```

59 end
60 %% Internal Hinges
61 Hinge = ones(nel, 2);
62 %% Carregamento
63 Joint_loads= zeros(nnd, 2);
64 Joint_loads(1,:)=[-5000 0];
65 Joint_loads(5,:)=[-3500 0];
66 Qc=zeros(nel, eldof);
67 Qc(1,1)=[-5000];
68 Qc(4,3)=[-3500];
69 %Carga em elementos
70 Qdistribuida=zeros(nel, eldof);
71 q= 2000;%
72 l1=1460;%comprimento do elemento 1%
73 l2=3790;%comprimento do elemento 2%
74 l3=2500;%comprimento do elemento 3%
75 l4=600;%comprimento do elemento 4%
76 Qd(1,:) = [ -q*l1/2000 -q*l1^2/12000 -q*l1/2000 q*l1^2/12000];
77 Qd(2,:) = [ -q*l2/2000 -q*l2^2/12000 -q*l2/2000 q*l2^2/12000];
78 Qd(3,:) = [ -q*l3/2000 -q*l3^2/12000 -q*l3/2000 q*l3^2/12000];
79 Qd(4,:) = [ -q*l4/2000 -q*l4^2/12000 -q*l4/2000 q*l4^2/12000];
80 Element_loads=Qc+Qd
81 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Fim da rotina de entrada %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

6 RESULTADOS

No caso do empurrador fluvial Rebelo XIV, realizou-se a validação entre o código do Matlab e o Software Ftool. A Fig. 25 apresenta os resultados das reações provenientes do programa Matlab.

Figura 25 – Resultado das reações de força e momento no Matlab.

```

Reações de acordo com os nós
Força (N)  Momento N.mm

REACOES =

    5.1026e+03  -2.3283e-10
    6.5755e+03  -2.3283e-10
    6.9908e+03   4.6566e-10
    3.1473e+03   0
    3.3837e+03  -1.4552e-11
  
```

Fonte:Autora(2023)

A Figura 26 apresenta o resultado do Ftool, as forças verticais com sentido para cima representam as reações geradas nos mancais de apoio da viga e não foram gerados momentos nestes nós.

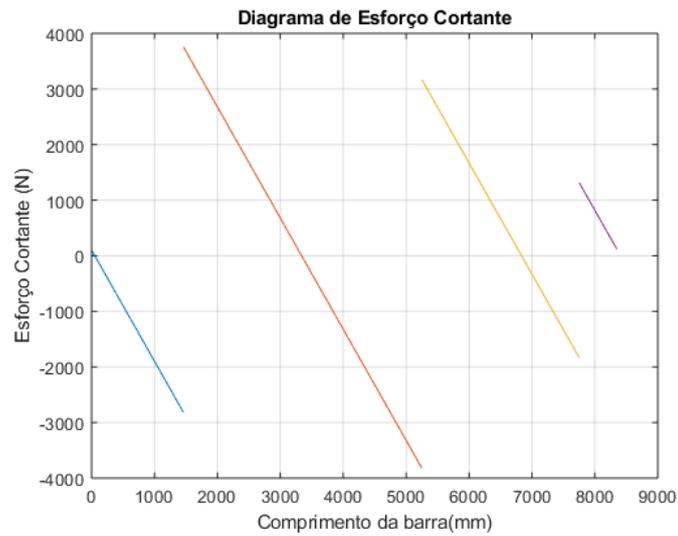
Figura 26 – Representação no Ftool da viga.



Fonte:Autora(2023)

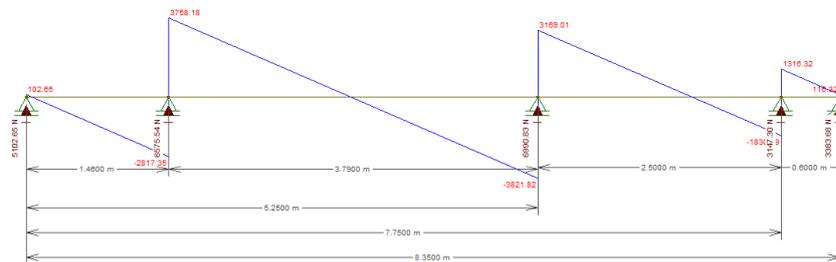
Os diagramas de esforço cortante foram comparados respectivamente o código criado e o programa comparativo apresentados a seguir nas Figuras 27 e 28.

Figura 27 – Esforço Cortante do Rebelo XIV.



Fonte:Autora(2023)

Figura 28 – Esforço Cortante modelagem Ftool.

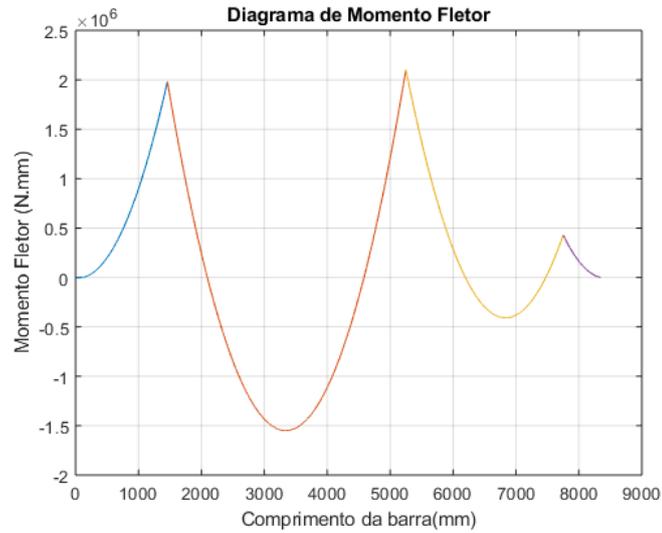


Fonte:Autora(2023)

A interface de ambos os programas é diferenciada, todavia os formatos dos gráficos e os limites de máximos e mínimos foram semelhantes, validando o código para a plotagem do esforço cortante.

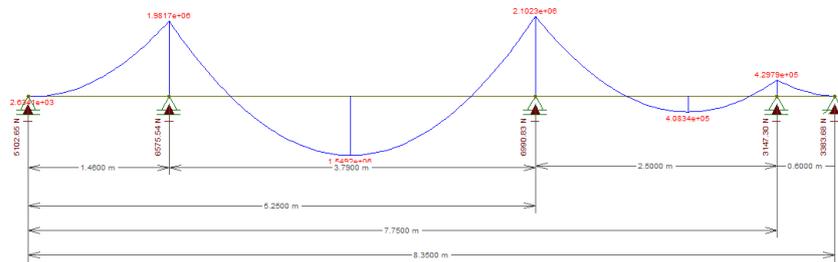
De mesmo modo, nas Figuras 29 e 30 há representação dos diagramas de momentos fletores, trazendo os momentos máximos e mínimos os quais estão submetido a viga.

Figura 29 – Empurrador Rebelo XIV.



Fonte:Autora(2023)

Figura 30 – Representação no Ftool da viga.



Fonte:Autora(2023)

A última etapa foi de construção da matriz dos coeficientes de influência, a matriz foi montada conforme já descrito nos tópicos anteriores todavia não é possível ter um parâmetro comparativo pois o ftool não efetua esse tipo de análise. Utilizado para encontrar as reações em cada cenário e as reações foram colocadas no código do matlab o qual sintetizou na matriz de coeficientes. A seguir, há os cinco cenários de reações com o deslocamento unitário proveniente do Ftool reunidos na Tabela 4.

Tabela 4 – Reações com deslocamentos dos mancais

Variações	Reações obtidas				
	01(N)	02(N)	03(N)	04(N)	05(N)
NÓ 01	8797.80	990.70	9872.26	968.09	4571.14
NÓ 02	-482.18	15 455.14	1263.8	8491.75	471.5
NÓ 03	7984.08	848.51	15410.55	14689.1	15645.96
NÓ 04	2923.43	11919.98	10845.57	64257.33	43055.18
NÓ 05	6290.10	3663.35	19253.11	-43291	39285

Fonte: Autora(2023)

Por fim, na Figura 31 tem-se a matriz quadrada de ordem 5x5, a qual contém os coeficientes de influência(N) interpretados como sendo o quanto cada mancal influencia nas reações finais após o deslocamento unitário vertical de cada um desses. O código do matlab printou os resultados.

Figura 31 – Matriz de influência do eixo viga do Rebelo XIV.

```

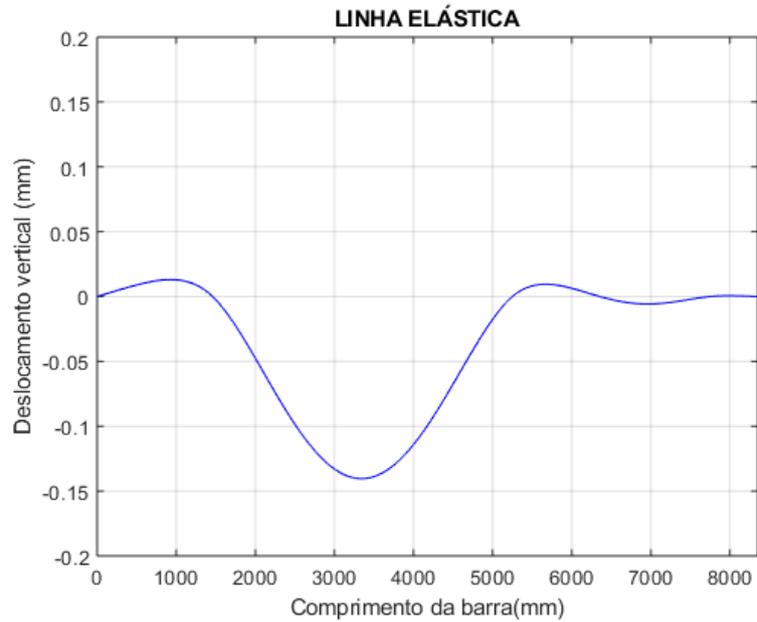
Matriz_de_influencia =
    3.6952e+03   -5.5848e+03    2.8814e+03   -2.1792e+03    1.1875e+03
   -5.5848e+03    8.8796e+03   -5.7270e+03    5.3444e+03   -2.9122e+03
    2.8814e+03   -5.7270e+03    8.4197e+03    3.8547e+03    1.2262e+04
   -2.1792e+03    5.3444e+03   -1.7836e+04    6.1110e+04    4.0144e+04
    1.1875e+03   -2.9122e+03    1.2262e+04    3.9671e+04    3.5901e+04

```

Fonte: Autora (2023)

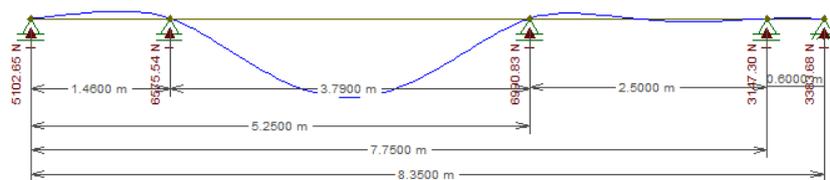
A seguir, a curva mais relevante para o estudo desse trabalho, nas Figuras 32 e 33 temos a linha elástica do eixo propulsor Rebelo XIV.

Figura 32 – Linha elástica do eixo propulsor Rebelo XIV.



Fonte:Autora(2023)

Figura 33 – Linha elástica pelo software Ftool Rebelo XIV.



Fonte:Autora(2023)

As Tabelas 5 e 6 contém respectivamente os momentos presentes nos apoios dos mancais (θ) em radianos (*rad*) resultante de ambos os programas. Os valores de deslocamento vertical nos nós é nulo pois há restrição nesse grau de liberdade.

Tabela 5 – Deslocamento angular resultante Matlab.

Apoio	$\theta \text{ rad}$
NÓ01	$1.837.10^{-5}$
NÓ02	$-5.8012.10^{-5}$
NÓ03	$5.1746.10^{-5}$
NÓ04	$5.5913.10^{-6}$
NÓ05	$-2.0552.10^{-6}$

Fonte: Autora (2023)

Tabela 6 – Deslocamento angular resultante software Ftool.

Apoio	$\theta \text{ rad}$
NÓ01	$1.834.10^{-5}$
NÓ02	$-5.801.10^{-5}$
NÓ03	$5.174.10^{-5}$
NÓ04	$5.591.10^{-6}$
NÓ05	$-2.055.10^{-6}$

Fonte: Autora (2023)

Com base nos resultados obtidos neste estudo, podemos concluir que a linha elástica da viga apresentou valores relativamente pequenos de deslocamento e que sua curva foi uniforme. Isso sugere que a viga não apresentou muitas deflexões que resultariam no seu desalinhamento. Devido a essa característica, podemos afirmar que o eixo propulsor da embarcação se encontra em condições favoráveis para o bom funcionamento e desempenho do sistema propulsivo. Portanto, foi validado com sucesso os cálculos obtidos pela análise de seções finitas.

7 CONCLUSÃO

O objetivo geral deste trabalho foi analisar o alinhamento de um sistema propulsor com utilizando o método dos elementos finitos. Assim, com o auxílio da ferramenta computacional Matlab, a linha de eixo do empurrador fluvial foi modelada e as reações, diagramas e linha elástica foram obtidos.

Os objetivos específicos foram atingidos pois os resultados dos digramas plotados foram satisfatórios e similares ao programa de comparação. A condição de alinhamento para o empurrador fluvial Rebelo XIV está adequada para o bom funcionamento de seu sistema propulsivo, pois as reações encontradas foram positivas e também foram obtidos baixos deslocamentos analisando o comportamento da sua linha elástica.

Foi realizada a construção da matriz dos coeficientes de influência, com a utilização da teoria elementar, que permite analisar vários cenários de alinhamento, após a correção pelo produto das reações finais pela matriz de influência. Todavia não foi necessário sua utilização nos exemplos, pois as reações encontradas foram positivas, apontando para uma condição de alinhamento favorável. Este trabalho permite a inicialização dos estudos relacionados com o alinhamento de embarcações e deixa em aberto possibilidades para direcionar ideias para aplicações em outros tipos de embarcações ou trabalhos correlatos com o sistema propulsivo.

Com base nisso, seguem em destaque o incentivo ao aprofundamento dos seguintes tópicos

- Aplicação em diversos tipos de eixos de embarcações com características singulares.
- Correção do alinhamento com o auxílio da matriz de influencia exemplos com reações negativas.
- Criação de uma interface gráfica inteligente que encontre sintetize essas informações importantes para o alinhamento propulsivo de embarcações.

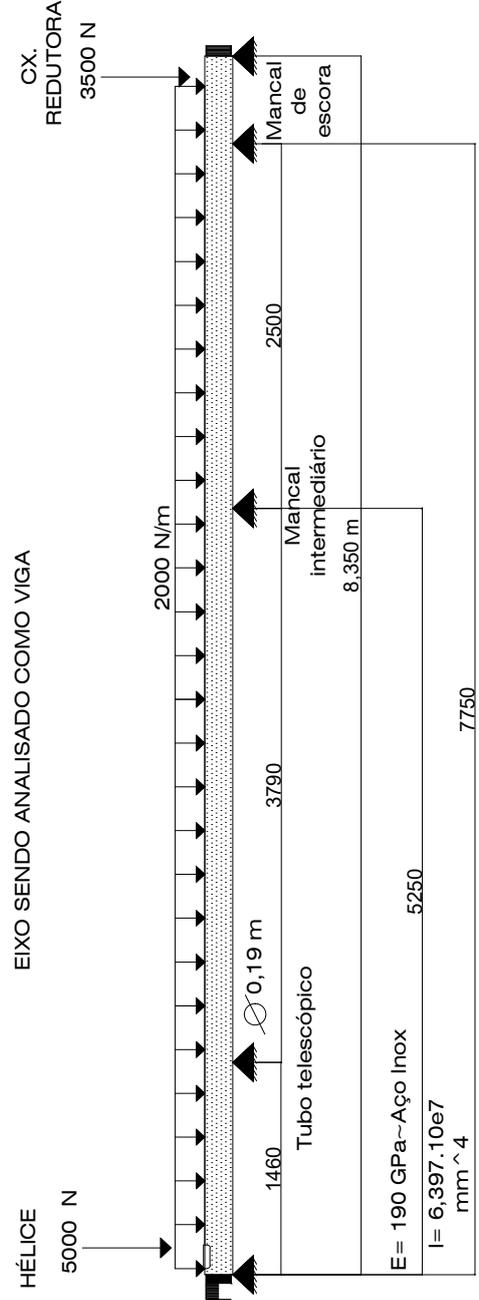
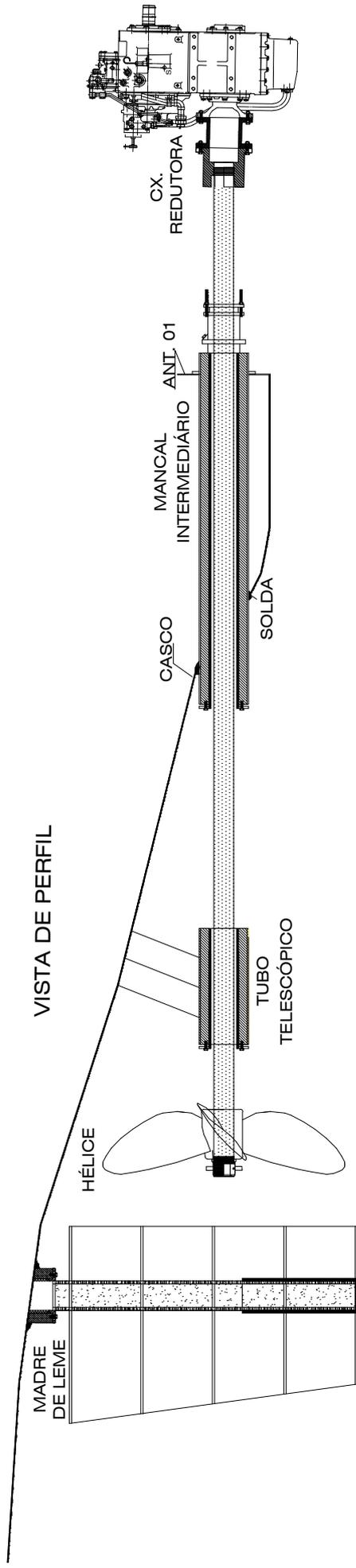
Independentemente destas etapas não terem sido incorporadas no código, o mesmo já foi projetado como sendo pionero nessa área de atuação e claro, visando incorporar pesquisas futuras permitindo a continuidade no segmento.

Embora essas etapas ainda não tenham sido incorporadas ao código, ele foi concebido como um precursor desse campo de atuação e, claro, pretende-se que seja incorporado a pesquisas futuras para continuidade na área.

REFERÊNCIAS

- ALVES, L. M. Método dos elementos finitos. *Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal do Paraná, Curitiba*, 2007.
- BAPTISTA, L. Análise do alinhamento de eixos propulsores. *Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro*, 1993.
- CARDANHA, B. H. et al. Logística fluvial de grãos no arco norte: um estudo da eficiência operacional de comboios. Manaus, 2020.
- COSTA, C. et al. Estudo sobre o comportamento dinâmico do sistema de propulsão de uma embarcação. Joinville, SC, 2017.
- DUARTE, Y. de S. *Método da evolução diferenciada para a otimização do cálculo do alinhamento de eixos propulsores*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2022.
- HIBBELER, R. C. Resistência dos materiais. 5ª. *São Paulo: Prentice Hall*, 2004.
- JORDANI, T. de A. *Influência da deflexão do casco sobre o alinhamento de eixos propulsores de navios de apoio*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2014.
- LOTTI, R. S. et al. Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos. *Revista Dental Press de Ortodontia e Ortopedia Facial*, Dental Press Editora, v. 11, n. Rev. Dent. Press Ortodon. Ortop. Facial, 2006 11(2), p. 35–43, Mar 2006. ISSN 1415-5419. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1415-54192006000200006>>.
- MAZZILLI, C. E. et al. Mecânica das estruturas i. *Departamento de Engenharia de estruturas e fundação. Universidade Federal do S´ ao Paulo, São Paulo*, 2010.
- MELCONIAN, S. *Elementos de máquinas*. [S.l.: s.n.], 2000.
- PEREIRA, N. N. *Um estudo sobre instalações propulsoras para empurradores fluviais*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2007.
- ROSSETTO, R. Otimizacao de comboio empurrador-balsa no transporte fluvial. *Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduagáo e Pesquisa de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Trabajo de Grado de Maestría.[Inédito]*, 2013.
- SARAIVA PLO; MAEHLER, A. E. Transporte hidrovi´rio: estudo de vantagens e desvantagens em relaõ a outros modais de transporte no sul do brasil. Simpol-Anais, 2013.

**8 APÊNDICE- ARRANJO EIXO
PROPULSOR REBELO XIV**



NOME DA EMBARCAÇÃO: REBELO XIV	
TÍTULO: ARRANJO DA LINHA DE EIXO	
PROJETISTA: RAYANA CINTRA	DATA: 03/01/2023
ESC.: SEM ESCALA	