

**Universidade do Estado do Amazonas – UEA
Escola Normal Superior
Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática do Ensino Médio**

JEAN PEREIRA CARVALHO

**ENSINO DOS LOGARITMOS ATRAVES DA RESOLUCAO
DE PROBLEMAS NO 1 ANO DO ENSINO MEDIO.**

MANAUS-AM

2015

JEAN PEREIRA CARVALHO

**ENSINO DOS LOGARITMOS ATRAVES DA
RESOLUCAO DE PROBLEMAS NO 1 ANO DO
ENSINO MEDIO.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática do Ensino Médio, da Universidade do Estado do Amazonas, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática.

Orientador(a): Prof. M.Sc. Rodrigo Tavares Teixeira

MANAUS-AM

2015

ENSINO DOS LOGARITMOS ATRAVES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA O 1 ANO DO ENSINO MEDIO.

CARVALHO, Jean Pereira¹

TAVARES, Rodrigo²

Resumo: O estudo da matemática é de suma importância para a compreensão do mundo real pois proporciona ao aluno conectar os seus conceitos com outras áreas do conhecimento e assim ter uma visão ampliada do mundo a sua volta. Visando essa contextualização foi que foi proposto esse trabalho. O objetivo desse trabalho, consiste em uma reestruturação nos métodos de ensino dos logaritmos através de uma apresentação contextualizada que proporcione um sentido real ao conteúdo estudado. Buscou-se apresentar os logaritmos com situações do cotidiano dos alunos bem como aplicáveis em outras áreas do conhecimento despertando assim, uma motivação nos mesmos para a resolução dos problemas gerando assim uma seqüência organizada de procedimentos para a resolução dos respectivos problemas. A resolução de problemas proporcionou não só o domínio dos conceitos básicos dos logaritmos mas, o domínio dos gráficos e suas interpretações através do uso do software Geogebra, proporcionando assim ao aluno a visualização concreta da resolução do problema.

Palavras Chave : Ensino; Aprendizagem; Resolução de problemas.

Summary: The study of mathematics and of paramount importance for understanding the real world as it provides the students connect their concepts to other areas of knowledge and thus have an amplified view of the world around him. Aiming this context was that it was proposed that work. The main objective of this work consists of a restructuring in the logarithms teaching methods through a contextualized presentation that provides a real sense of the studied content. This paper aims to present the logarithms in context with the students' everyday situations and applicable in other areas of knowledge awakening thus a motivation in them to solve problems generating an organized sequence of procedures for the students to solve the respective problems. Troubleshooting provided not only the domain of the basic concepts of logarithms but the field of graphics and their interpretations through the use of the Geogebra software, thus providing students the concrete visualization of problem resolution.

Keywords: Teaching and Learning, problem solving.

¹ Graduado em Matematica. Universidade Federal do Amazonas- UFAM.

² Mestre em Matematica- Universidade Federal do Amazonas- UFAM

1- Introdução

O processo de ensino de qualquer assunto, inicia, principalmente, pelo desafio de despertar no aluno o interesse por tal assunto. Estudar qualquer assunto principalmente se for um conceito matemático, tem que despertar no aluno, um sentido real a esse tema.

Durante os últimos anos de atividade no magistério, observou-se que os alunos da 1 série do Ensino Médio, tem enorme dificuldade de compreender os conceitos de logaritmos. Após uma análise mais detalhada, pode-se constatar que o aluno muitas vezes apenas memoriza os conceitos algébricos e definições sem conseguir estabelecer um sentido ao que está sendo estudado. Tal situação configura uma das principais causas do baixíssimo índice de aprendizagem dos logaritmos.

Um dos objetivos centrais desse artigo consiste em apresentar os logaritmos de maneira concreta, para isso uma das ferramentas utilizadas foi o uso do software geogebra que serviu como validação dos resultados encontrados pelos alunos na resolução dos problemas.

Embora seja de conhecimento de muitos que os conceitos dos logaritmos são aplicáveis em diversas áreas do conhecimento, muitas das vezes os professores não conseguem estabelecer uma conexão com situações práticas do cotidiano dos alunos e nem com outras áreas do conhecimento e assim os alunos não conseguem se apropriar corretamente do conceito e assim dominar o assunto dos logaritmos.

Sabendo que todas essas situações são as principais causas do problema de aprendizagem em logaritmos, se faz necessário que se estabeleça alguns parâmetros de ensino dos logaritmos levando em conta primeiramente o conhecimento prévio dos alunos e estabelecendo o que se chama de situação didática de aprendizagem.

No âmbito da situação didática é necessário que seja criado um ambiente propício para que os alunos busquem soluções para os problemas, através dos seus próprios conhecimentos prévios. Assim, para se resolver um problema se faz necessário, primeiramente que o aluno tenha o devido domínio do conceito de logaritmo, suas propriedades fundamentais e suas aplicabilidades. Logo, esse aspecto torna-se um dos principais obstáculos para a aprendizagem dos logaritmos pois, em muitos momentos a memorização de fórmulas e propriedades se constitui como o único caminho escolhido para a explicação dos logaritmos.

2- Fundamentação Teórica

Ensinar matemática nos dias de hoje constitui-se um verdadeiro desafio para os professores pois, a cada dia que se passa os alunos apresentam-se cada vez mais desmotivados e dispersos quanto a aprender e dominar os conceitos matemáticos, pois segundo alguns pensadores, o aprendiz resiste ao saber e a responsabilidade.

Segundo Posamentier(2014,p.16) motivar um aluno é canalizar os seus interesses para o tema específico a ser aprendido.O aluno quando se sente motivado a aprender os conceitos matemáticos torna o processo mais eficaz pois, quando estimulado corretamente proporciona um melhor desenvolvimento através dos conhecimentos prévios que o próprio aluno traz através de sua própria vivência.

Quando se fala em motivar um aluno a estudar matemática Posamentier (2014,p.16) afirma que existem dois tipos de motivação: a extrínseca e a intrínseca. A motivação extrínseca ocorre basicamente através do controle do professor. A motivação intrínseca ocorre no próprio aluno e pode ser desenvolvida pelo professor como por exemplo o desejo interno de dominar determinado conceito, superar tal obstáculo.

O primeiro passo para se ter um melhor resultado no ensino dos logaritmos é motivar os alunos a querer (intrínseca) aprender tal conceito e para isso se faz necessário proporcionar ao aluno uma situação de aprendizagem levando em conta as diversas competências dos alunos.

Segundo Perrenoud (2000, p.24) acreditar que uma aula meramente expositiva com uma padronização de situações resultará em uma eficiente aprendizagem consiste na verdade em uma ficção. O fato é que existem situações diferentes para alunos diferentes. Entretanto, não se pode excluir de maneira definitiva o processo que Perrenoud (2000. p,25) chama de aula magistral pois um aluno só consegue desenvolver o saber matemático se dominar conceitos e definições e a aula magistral ainda tem a sua eficácia. Estabelecer por parte do professor uma situação de aprendizagem é acima de tudo organizar e direcionar um espaço justo para todos os tipos de procedimento visando o aprendizado do aluno. O papel do professor nesse processo é fundamental pois cabe ao mesmo fomentar essas situações na sala de aula e para isso é preciso algumas competências que Perrenoud (2000.p.26) destacou assim

- Conhecer, para determinada disciplina, os conteúdos a serem ensinados e sua tradução em objetivos de aprendizagem.
- Trabalhar através da representação dos alunos.
- Trabalhar através do erro e dos obstáculos da aprendizagem
- Construir e planejar dispositivos e seqüências didáticas.

Assim, sendo a resolução de problema configura-se como um instrumento aplicável em tal situação didática pois será apresentada aos alunos como sendo um obstáculo a ser transposto. Segundo afirma Perrenoud (2000, p.31)

“ Uma verdadeira situação- problema obriga a transpor um obstáculo graças a uma aprendizagem inédita, quer se trate de uma simples transferência, de uma generalização ou da construção de um conhecimento inteiramente novo”

De acordo com os PCNs de matemática (BRASIL,1998) o ensino através da resolução de problemas configura-se uma ferramenta das mais eficazes no processo de desenvolvimento de competências pessoais visto que durante a aplicação da resolução da situação problema o aluno pode trabalhar a sua concentração, atenção ao processo de resolução e aos conceitos estudados, no caso os logaritmos, bem como fornecer dados para o professor de tal maneira que o mesmo possa trabalhar de maneira direta os erros apresentados durante a construção da seqüência didática de resolução.

Segundo Polya (1995) para se resolver um problema faz-se necessário cumprir algumas etapas tais como : compreender o problema, construção de uma estratégia, aplicação da estratégia e revisão da solução. Segundo essa teoria o aluno precisa ser incentivado a dominar o medo de resolver problema e resolver problema constitui-se na realidade, como uma habilidade qualquer. Polya(1995, p.65) afirmava que :

“ Resolver problemas é uma habilidade pratica, como nadar,esquiar ou tocar piano: você pode aprende-la por meio da imitação e pratica”

Logo, para um aluno aprender logaritmos através da resolução de problemas é necessário primeiramente que o assunto esteja devidamente contextualizado com situações do cotidiano do aluno ou em outras áreas do conhecimento para assim despertar no aluno a motivação para resolver tal problema. Segundo Perrenoud(2000,p.32) é preciso que o aluno seja desafiado a dominar tal conteúdo, construir uma seqüência didática de procedimentos organizando as suas idéias e aplicá-las na resolução do problema.

Atualmente para um aluno aprender logaritmo com qualidade desmistificando esse assunto no que diz respeito as dificuldades de aprendizagem é necessário que o professor sirva na verdade como uma ponte entre a situação atual e essa nova realidade pois aplicar somente o método tradicional com o quadro branco com os alunos cada vez mais conectados com novas tecnologias com certeza torna o ensino dos logaritmos pouco eficaz. O professor precisa aguçar no aluno a capacidade de pensar, despertar a curiosidade e estabelecer novos paradigmas de aprendizagem.

Segundo Dante (2000) , problema é qualquer situação que exija o pensar do individuo para solucioná-la e para o aluno resolver tal problema se faz necessário que o professor leve o aluno a pensar produtivamente, trazendo para o mesmo situações novas que o levem ao estímulo de buscar o resultado.

Embora o processo de aprendizagem através da resolução de problemas seja imensamente desafiador tanto para alunos quanto para professores uma etapa do processo que é de suma importância é aquela que Polya(1995) chamou de revisão da solução na qual o professor poderá juntamente com aluno verificar a resolução do problema bem como, através de outras ferramentas tecnológicas verificar e visualizar a resolução do problema de logaritmo.

O ensino dos logaritmos através da resolução de problemas precisa levar aluno e professor a entender que o processo de construção do conhecimento em muitos casos é lento e não existem soluções mágicas.

“Regra de descoberta infalíveis, que levem a resolução de todos os problemas matemáticos, seriam mais preciosas do que a pedra filosofal, em vão procurada pelos alquimistas. Tais regras fariam milagres, mas não há milagres. Encontrar regras infalíveis, aplicáveis a toda sorte de problemas é um velho sonho filosófico, que nunca passará de sonho.” (Polya,1995,p.133)

3- Metodologia

O processo de ensino- aprendizagem dos logaritmos percorre diversas etapas nos quais o professor precisa perceber em qual momento se faz necessário a mudança de estratégia e conseqüentemente o início de uma nova etapa.

Em um primeiro momento foi aplicada uma pesquisa qualitativa com duas turmas de 1 ano do Ensino Médio do Instituto Batista Ida Nelson visando observar o ambiente de estudo como um todo coletando os dados de maneira descritiva e dando ênfase essencialmente ao processo e não ao produto. Assim, o assunto logaritmo foi abordado de maneira expositiva em um primeiro momento definindo o seu conceito, suas propriedades e demonstrando que a função logarítmica é na realidade a função inversa da função exponencial. Em seguida foi aplicado nas duas turmas um teste diagnostico para verificação dos conceitos estudados.

A partir desse momento, foi aplicada nessas turmas uma abordagem empírico-analítica com uma amostra de dez alunos de cada turma que de maneira voluntária decidiram participar do experimento. Assim sendo, o tema logaritmo foi retomado com toda a turma porém com esse grupo a abordagem foi em forma de resolução de problemas e para isso os alunos foram divididos em dois grupos de cinco alunos cada e foi aplicado em cada grupo um novo teste diagnostico sendo que as questões eram em forma de problemas de maneira que os alunos foram incentivados a discutirem entre si a melhor maneira de resolução do problema de tal maneira que o poder de argumentação do aluno seja aguçado e o mesmo consiga organizar os seus argumentos para resolução da questão (sequencia didática).

Uma das características da pesquisa empírico-analítica é a possibilidade de comparação entre duas situações didáticas que podem ser definidas como classe experimental e classe controle e assim, ser possível estabelecermos uma comparação entre os resultados das duas turmas. Visando essa comparação como última etapa foi realizada uma entrevista com os alunos da turma experimental em que os mesmos relataram as suas experiências com a resolução de problemas, a sequencia organizada dos conceitos bem como a habilidade adquirida em resolver questões.

4- Descrição das atividades e análise dos resultados

Atividade 01

Como primeira atividade foi proposto aos alunos das duas turmas uma explanação sobre o conceito de função exponencial com a construção do respectivo gráfico. Em seguida foi proposto aos alunos a aplicação do conceito de função inversa e assim definir a função logarítmica .

Como exemplo foi proposto aos alunos a construção do gráfico da função $f(x) = 2^x$ sendo que os alunos utilizaram papel milimetrado para a construção do gráfico. Logo em seguida foi proposto a construção da função $g(x) = \log_2 x$ possibilitando ao aluno a comparação entre o gráfico das duas funções. Como ferramenta complementar os alunos com o auxílio do professor realizaram a construção dos gráficos com o software geogebra possibilitando assim a visualização concreta da função logarítmica e seus elementos fundamentais.

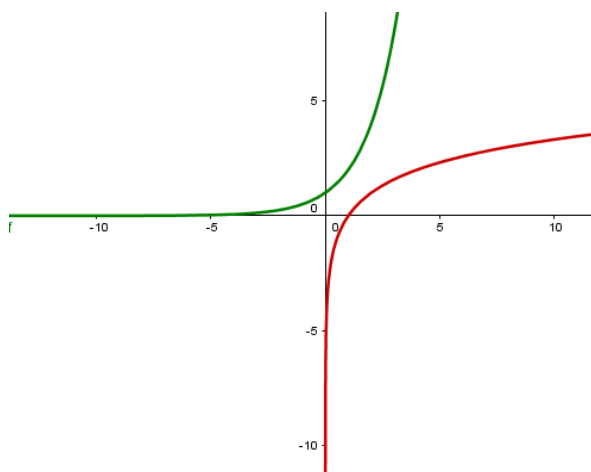


Gráfico 01

Em seguida após a apresentação dos conceitos e propriedades dos logaritmos foi aplicado um teste diagnostico com as duas turmas de 1 ano com ênfase em resolução de questões com propriedades e conceitos de logaritmos. O resultado foi abaixo do esperado com os alunos relatando através de um questionário que as principais dificuldades encontradas foram: Incapacidade de domínio do conceito de logaritmo, inabilidade de aplicação das propriedades corretas dos logaritmos e incapacidade de interpretação correta.

Logo, após a tabulação dos resultados (gráfico 02) verificou-se a necessidade de uma nova estratégia buscando a retomada dos conceitos porem, com uma nova metodologia.

Gráfico de desempenho da turma

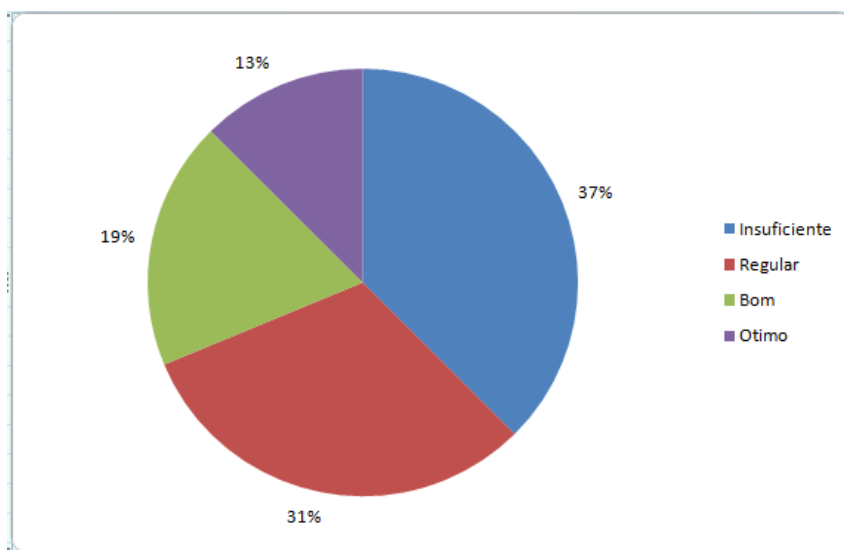


Gráfico 02

Atividade 02

Após uma nova explanação dos conceitos dos logaritmos agora utilizando a metodologia da resolução de problemas, foi proposto para parte das turmas uma abordagem com ênfase nessa metodologia. Dentre os vários tipos de problemas propostos podemos destacar.

Exemplo 01:

Aos alunos foi proposto uma pesquisa sobre o nível de acidez de soluções aquosas (leite, sangue, detergente, vinho etc). Como essas concentrações são, de maneira geral, números pequenos, criou-se uma escala logarítmica para trabalhar mais facilmente com elas.

O potencial hidrogeniônico (pH) é uma escala usada em Química para indicar o grau de acidez (ou basicidade) de uma solução aquosa e para esse cálculo se faz necessário a seguinte expressão :

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

Aplicando esses conceitos em outras áreas do conhecimento foi exposto aos alunos que

- Quando $0 \leq \text{pH} < 7$, a solução é ácida.
- Quando $\text{pH} = 7$, a solução é neutra.
- Quando $7 < \text{pH} \leq 14$, a solução é básica.

Assim foi proposto aos alunos uma pesquisa sobre o nível de acidez de determinadas soluções resultando na seguinte tabela :

ÁCIDAS	NEUTRAS	BASICAS
Suco de limão 2,0	Água destilada	Sangue 7,4
Vinagre 2,8	(água pura) 7,0	Bile 8,0
Suco de laranja 3,5		Leite de magnésia 10,5
Tomate 4,0		Água do mar 8,5
Urina 6,0		Amoníaco 11,0
Leite 6,4		Alvejantes

Comparando duas soluções aquosas ácidas A e B, com pH respectivamente iguais a 2 e 3 os alunos puderam determinar :

- Solução A = pH = 2 isso implica que $-\log [H^+] = 2$, logo $[H^+] = 10^{-2}$ mols por litro.
- Solução B = pH = 3 isso implica que $-\log [H^+] = 3$, logo $[H^+] = 10^{-3}$ mols por litro.

Calculando a razão entre a concentração de íons H^+ na solução A e na solução B, obtemos :

$10^{-2} / 10^{-3} = 10$, o que nos indica que a solução A é dez vezes mais ácida que a solução B.

Nessa escala logarítmica, quando o pH varia de uma unidade, a solução se torna 10 vezes mais ácida (ou 10 vezes menos ácida, dependendo do sentido em que é feita a comparação).

Assim, os alunos chegaram a conclusão que se existir uma solução C com pH = 4 ela será 10 vezes menos ácida que a solução B e $10 \times 10 = 100$ vezes menos ácida que a solução A e assim dominarem a definição de logaritmo.

Através dessa atividade relativamente simples os alunos puderam observar que, os logaritmos são fundamentais para compreender a realidade bem como a resolução desse pequeno exemplo de aplicabilidade dos logaritmos despertou nos alunos uma busca maior pelo conhecimento visto que foi percebido que o mesmo pode ser aplicado em outras áreas do conhecimento muitas das quais são de interesse dos mesmos.

Exemplo 02:

Resolva a equação $\log_5 x = \log_x 5$.

No primeiro teste diagnóstico quase que 100 % dos alunos não conseguiram resolver equações similares ou até mais simples do que essa. Porém, após abordagem com a turma experimento através da resolução de problemas os alunos

da respectiva turma apresentaram mais habilidades na resolução da equação e assim temos :

Aplicando a mudança de base temos:

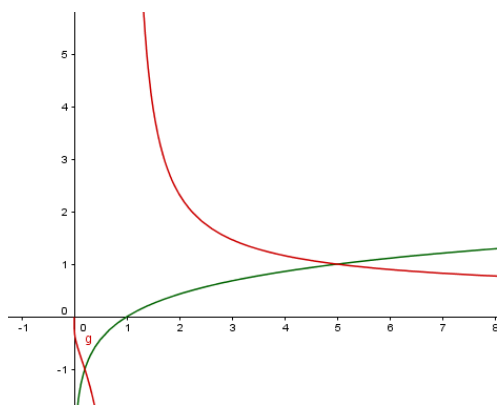
$$\log_5 x = \frac{\log_x x}{\log_x 5} \text{ resultando } 1/\log_x 5$$

Logo $1/\log_x 5 = \log_x 5$. Adotando $\log_x 5 = k$ temos

$$1/k = k, \text{ determinando } k^2 = 1 \text{ encontrando } k = 1 \text{ ou } k = -1$$

Logo $\log_x 5 = 1 \rightarrow x = 5$ e $\log_x 5 = -1 \rightarrow x = 1/5$.

Após essa resolução construída pelos alunos, o professor levou os alunos para o laboratório onde os mesmos construíram a equação no geogebra visualizando assim o resultado de maneira gráfica.



Exemplo 03:

Um médico, após estudar o crescimento das crianças de determinada cidade, com idades que variam de 1 a 12 anos, obteve a fórmula $h = \log(10^{0,7} \cdot \sqrt{i})$, em que h é a altura, em metro, e i é a idade em ano. Pela fórmula, uma criança de 10 anos dessa cidade terá a altura de :

Resolução:

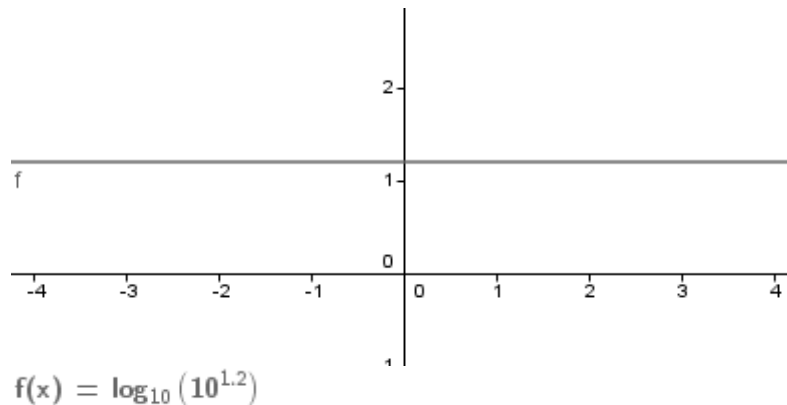
Aos alunos foi proposto que os mesmos se dividissem em grupos de 04 alunos para discutirem a resolução desse problema. Logo alguns elementos do grupo aplicaram a definição de domínio e imagem da função e chegaram ao resultado abaixo.

$$H = \log(10^{0,7} \cdot \sqrt{10}) \rightarrow h = \log(10^{0,7} \cdot 10^{0,5}) \rightarrow h = 10^{1,2}$$

Aplicando a propriedade da potência em logaritmo os alunos chegaram a respectiva expressão :

$$H = 1,2 \cdot \log 10 \rightarrow h = 1,2 \text{ metros. Fazendo a conversão em centímetros } h = 120 \text{ cm .}$$

Em seguida os alunos juntamente com o professor construíram no geogebra a resolução gráfica da questão assim visualizando e solidificando o conceito estudado.



Atividade 03:

Como última atividade um novo teste diagnostico foi aplicado com as duas turmas completas (experimento e controle), visto que nas duas turmas foi realizado a retomada do conteúdo de logaritmo sendo que apenas a metodologia foi diferenciada nas duas turmas. Assim após o exercício avaliativo foi possível verificar que os alunos da classe experimento obtiveram um resultado amplamente favorável no exercício enquanto que os alunos da classe controle a porcentagem de êxito foi menor (gráfico 03)

Gráfico de desempenho da turma

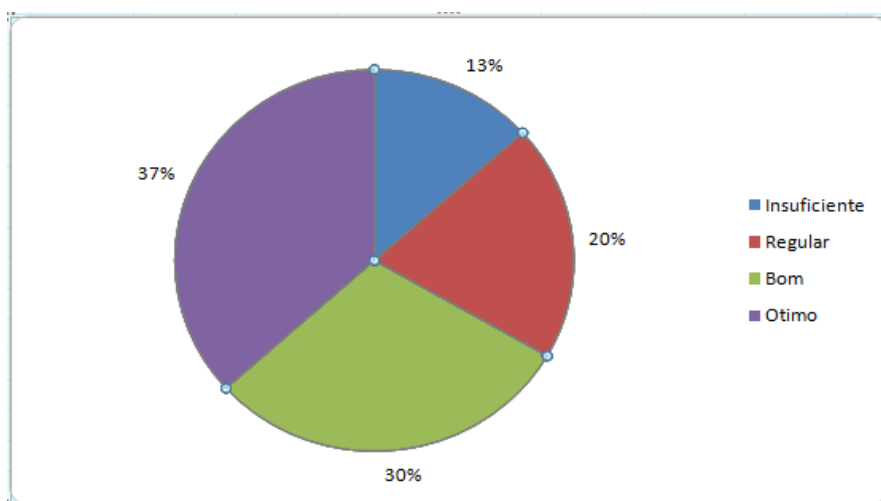


Gráfico 03

Assim foi possível se verificar que naqueles alunos em que foi aplicado a metodologia da resolução de problemas a desenvoltura em raciocinar, aplicar a seqüência didática e estabelecer a conexão com outras áreas do conhecimento foi muito maior que os outros alunos.

5- Considerações finais

Sabemos que nada na escola se constrói a partir do zero, nem o aprendiz é uma tábua rasa, uma mente vazia; ele sabe, ao contrário “muitas coisas”. Partindo dessa afirmação podemos concluir que aplicar a metodologia da resolução de problemas no ensino dos logaritmos é acima de tudo um desafio para alunos e professores

visto que através das situações propostas foi possível aos alunos desenvolverem a capacidade de argumentação, com conhecimentos prévios que possuíam bem como desenvolveram a habilidade de trabalharem em grupo.

Uma das características mais marcante no presente trabalho foi a motivação que os alunos desenvolveram ao aplicarem os conhecimentos de logaritmos em outras áreas do conhecimento muitas das quais de interesse dos mesmos. Sabendo-se que construir o conhecimento é trabalhar as múltiplas informações disponibilizadas, pode-se concluir que as atividades elaboradas e trabalhadas com os alunos, possibilitaram a construção de vários conhecimentos.

O uso do software geogebra configurou-se como uma importante ferramenta no processo de ensino visto que após todo processo de construção da sequencia didática os alunos tinham a oportunidade de visualização gráfica da resolução do problema gerando assim um fator extra de motivação visto que nem sempre é possível ao estudante de matemática visualizar de maneira concreta a conclusão de seu raciocínio.

Ensinar logaritmo é acima de tudo um desafio pois durante muito tempo os logaritmos foram ensinados de maneira meramente teórica e somente de forma expositiva. É necessário que o professor perceba que existe uma série de ferramentas que podem auxiliar no processo de ensino aprendizagem e a resolução de problemas é uma dessas ferramentas. Aplicar a resolução de problemas com os alunos do primeiro ano permitiu ao professor visualizar nitidamente a evolução de um grupo de alunos visto que após essa experiência vários alunos só queriam desenvolver raciocínios através de problemas tamanha era a desenvoltura dos mesmos. Assim foi perceptível que a aplicação da metodologia contextualizando com outras áreas do conhecimento e estabelecendo uma seqüência didática para minimizar as dificuldades de construção do conceito de logaritmos foi atingido de maneira satisfatória.

6- Referencias bibliográficas

PERRENOUD, Philippe. (2000). **Dez novas competências para ensinar**. Trad. Patricia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed.

POSAMENTIER, A; KRULIK, S. (2014). **A arte de motivar os estudantes do ensino médio para a matemática**. Trad. Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: AMGH.

DANTE, Luis Roberto.(2000). **A didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática.

POLYA, George. (1995). **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciencia.

BRASIL, Secretaria de educação fundamental.(1998). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC SEF.

