

**ASPECTOS HISTÓRICOS E DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS NÚMEROS
RACIONAIS EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

| | |
|------------------------------|---|
| Autor | Jade de Jesus Mendes dos Santos. |
| Orientadora | Dra. Lucélida de Fátima Maia da Costa. |
| Banca Examinadora | Prof. Me. João Raimundo Silva Ferreira. Profa. Ma. Chayse Pinheiro Teixeira. |
| Resumo | <p>Neste artigo apresentamos os resultados de uma pesquisa qualitativa, de natureza bibliográfica. As informações obtidas ocorreram por meio da análise dos livros didáticos de matemática da coleção – Apoema – do autor Adilson Longen, dos anos finais do Ensino fundamental (6º, 7º, 8º e 9º ano) utilizados no último triênio (2019-2021), focando a análise nas unidades de cada livro em que se apresentavam os conjuntos dos números racionais. O objetivo geral consistia em analisar os aspectos históricos e as diferentes representações dos números racionais presentes nos livros didáticos. Os resultados obtidos indicam que os livros didáticos ainda apresentam os aspectos históricos dos números racionais de maneira muito simplória e não fazem relações entre as diferentes representações desse tipo de número. Pois, apenas apresentam os números racionais, como os números decimais e a porcentagem, que são exibidos em unidades diferentes das dos números racionais sem ter qualquer informação que estes também fazem parte do conjunto dos racionais.</p> <p>Palavras-chave: História. Representação. Números racionais.</p> |
| Abstract | <p>In this article we present the results of a qualitative research, of a bibliographic nature. The information obtained occurred through the analysis of the mathematics textbooks of the collection - Apoema - by author Adilson Longen, from the final years of elementary school (6th, 7th, 8th and 9th year) used in the last triennium (2019-2021)), focusing the analysis on the units of each book in which the sets of rational numbers were presented. The general objective was to analyze the historical aspects and the different representations of rational numbers present in textbooks. The results obtained indicate that textbooks still present the historical aspects of rational numbers in a very simplistic way and do not make relationships between the different representations of this type of number. Because, they only present the rational numbers, such as the decimal numbers and the percentage, which are displayed in different units from the rational numbers without having any information that these are also part of the set of rational numbers.</p> <p>Keywords: History. Representation. Rational numbers.</p> |

ASPECTOS HISTÓRICOS E DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS NÚMEROS RACIONAIS EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

INTRODUÇÃO

Neste artigo apresentamos os resultados de uma pesquisa desenvolvida para a obtenção do título de licenciada em Matemática, na Universidade do Estado do Amazonas CESP-UEA. Para obtermos os resultados da presente pesquisa, que pretende indicar pontos para reflexão nos processos de formação de professores de matemática e contribuir com a melhoria do ensino dos números racionais nos anos finais do Ensino Fundamental, o problema que selecionamos para pesquisa é: Quais são os aspectos históricos e as diferentes representações dos números racionais presentes nos livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, no último Triênio.

É evidente o domínio dos livros em sala quando o assunto é material didático. Segundo Dante (1996), os livros didáticos continuarão, por muito tempo, a ser um dos principais recursos didáticos nas aulas de matemática, apesar dos avanços tecnológicos o livro didático continua sendo um dos materiais pedagógicos predominante no processo de ensino, principalmente em ambientes e contextos desprovidos de outros recursos. Com isso, se faz essencial à busca constante pela melhora de sua qualidade e de orientar os professores de como utilizá-lo adequadamente.

Nesse contexto, evidenciamos a importância do desenvolvimento dessa pesquisa, que nos fez aprofundar nosso conhecimento sobre esse material tão predominantemente utilizado como material pedagógico em sala de aula, fato que nos levou a escolhermos a temática a ser abordada nesse Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), voltada para os aspectos históricos e as representações dos números racionais no Ensino Fundamental, visto que este é um conjunto de números pouco compreendido pelos alunos no processo converter e associar a equivalência entre as suas diferentes representações, e seus resultados poderão contribuir para um melhor entendimento acerca do tema citado e sua grande relevância no meio educacional.

Portanto, para alcançarmos tal resultado, escolhemos três objetivos específicos para o desenvolver da pesquisa, sendo eles: Conhecer como os números racionais são apresentados nos livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental; investigar nos livros didáticos, dos anos finais do Ensino Fundamental, quais aspectos históricos dos números racionais são apresentados e verificar nos livros didáticos as relações entre as diferentes representações dos números racionais ensinados nos anos finais do Ensino Fundamental.

Optamos por seguir o percurso metodológico da pesquisa qualitativa do tipo bibliográfica e documental, pois estamos interessados em investigar e analisar em livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental aspectos referentes à história e as diferentes representações dos números racionais com o objetivo de conhecer como esses livros os apresentam e verificar suas relações de acordo com as exigências e propostas de documentos como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a Proposta Curricular de Matemática. E de acordo com Gil (2007), uma pesquisa que se preocupa com questões desse tipo, é uma pesquisa qualitativa, porque propõe a análise de diferentes posições e detalhes acerca de um problema que não podem ser quantificadas, cujo resultado é expresso em textos narrativos e interpretativos.

Para alcançarmos os resultados propostos na pesquisa, analisamos os livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) da coleção – Apoema – do autor Adilson Longen (1º ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2018), em vigor no último triênio fornecido pelo Plano Nacional do Livro Didático - PNLD. E averiguamos se existem e quais são os aspectos históricos que estes livros apresentam sobre os números racionais e como este conjunto de números está sendo representados neste material.

De modo geral, tivemos a percepção do quanto o assunto é de vital importância e a análise desses materiais “[...] com olhos críticos e de apontar os erros e inadequações, [...] é altamente educativa não só para autores e editoras, mas, sobretudo, para os alunos, no sentido de derrubar o mito de que livros didáticos é infalível” (DANTE, 1996, p. 86). Isso proporcionou um entendimento mais abrangente sobre o tema em questão, e o quanto os livros didáticos têm uma carência a respeito de certos temas como a utilização da história da matemática como possibilidade metodológica e recurso para uma aprendizagem significativa.

ASPECTOS HISTÓRICOS DOS NÚMEROS RACIONAIS NOS LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Muito se discute a respeito da importância da história da matemática como recurso didático. Pesquisadores de diversas décadas vêm abordando esse assunto que se torna cada vez mais atual e necessário. Em 1995, Vianna já indicava que, provavelmente, em um futuro muito próximo estaríamos nos deparando com análises sobre a utilização da História para a aprendizagem da matemática. Esse futuro chegou.

Conforme Pacheco (2010), a história da matemática é a seara onde se tem informações sobre as necessidades matemáticas da humanidade no decorrer de suas ações ao longo do

tempo. Ela nos permite investigar fatos relevantes para percebermos as mudanças no pensar matemático ao longo das eras, observando e compreendendo o princípio de conceitos e contextos nos quais se desenvolveu o conhecimento matemático que estudamos atualmente.

Porém quando se trata da presença da história da matemática nos livros didáticos, Lopes (2000) nos diz que na tentativa de acatar com as diretrizes da Secretaria de Educação e da Base Nacional Comum Curricular, inclui apenas menções históricas errôneas no desenvolvimento dos livros didáticos.

Análise dos Aspectos Históricos presentes nos livros de 6^o, 8^o e 9^o ano.

Nesse primeiro momento escolhemos focar nos aspectos históricos dos números racionais presentes na coleção dos livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental em uso no último triênio. A coleção – Apoema – do autor Adilson Longen, é constituída por quatro volumes, sendo cada um correspondendo a um ano dos anos finais do Ensino Fundamental. Por se tratar um tema ainda pouco aprofundado e discutido em livros didáticos, observamos logo de início a carência desse tema nesses livros, principalmente nos livros do 6^o, 8^o e 9^o anos do Ensino Fundamental.

Figura 1, 2 e 3 – Coleção Apoema do 6^o, 8^o e 9^o Ano.



Fonte: Adilson Longen (2018).

Após analisarmos os três livros supracitados da coleção, confirmamos que eles não apresentam nenhuma pauta para o conhecimento a respeito da história dos números racionais. Ela é deixada de lado pelo autor da coleção, principalmente nesses três livros. Fato que nos

faz perceber como a história da matemática ainda é deixada em segundo plano pelos autores, de modo geral, quando se trata da construção de materiais didáticos, como os livros escolares.

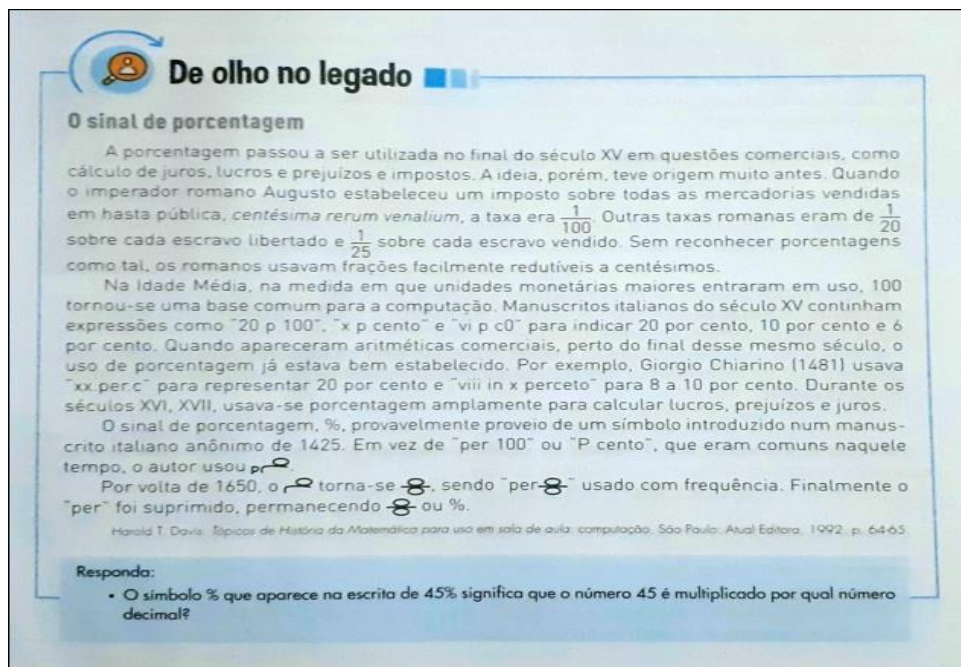
Estudiosos de eras diferentes e diretrizes nacionais ressaltam a importância da inserção da história nos livros didáticos, como percebemos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ao ressaltar que é “[...] importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender é ensinar matemática” (BRASIL, 2018, p. 298). Na década de 1990, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) já evidenciavam a importância das “[...] contextualizações feitas com base na história da Matemática, com o objetivo de tornar o estudo mais significativo” (BRASIL, 2015, p. 18).

Mesmo depois de décadas, a pequena presença da história da matemática, nos livros didáticos, ainda, é uma realidade deixando de certa forma prejudicada a compreensão acerca de assuntos como a dos números racionais, pois abordar sobre aspectos históricos no surgimento de conjuntos numéricos como os racionais, permite aos alunos perceber fatos relevantes para as mudanças no pensar matemático ao longo das eras, observando e compreendendo o princípio de conceitos e contextos nos quais se desenvolveu o conhecimento matemático que os mesmos estudam nos dias atuais. Ademais, pode auxiliar a obter uma aprendizagem significativa através da utilização da história da matemática como subsunçores ou ideia âncora. (MOREIRA, 2012).

D’Ambrosio (1999) diz que é essencial à percepção da história da matemática como um elemento fundamental para o ensino da matemática, pois contribui com a perspectiva da significação das teorias e práticas do meio matemático, atribuindo-lhes um caráter de humanidade. O autor ainda resalta a falta desse elemento histórico no processo de ensino da matemática como, “[...] um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular na educação matemática, é desvincular a matemática das outras atividades humanas” (D’AMBROSIO, 1999, p. 97).

Na análise dos livros do 6º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental, percebemos que ainda há muito para se agregar nos livros didáticos a respeito da história da matemática. Observamos que no capítulo 8 do livro do 8º ano, na Unidade 3, que aborda sobre razões e proporções, o autor relata em dois parágrafos no tópico denominado “De olho no legado”, o surgimento do sinal de porcentagem, mas sem relacionar de maneira alguma a porcentagem aos números racionais, tanto que o conteúdo de porcentagem e de números racionais está em Unidades diferentes do livro, sem estabelecerem relações alguma entre si.

Figura 4 – O sinal da porcentagem



Fonte: Adilson Longen (2018, p.89).

Análise dos Aspectos Históricos presentes no livro 7º ano.

Figura 5 – livro do 7º ano da Coleção Apoema



Fonte: Adilson Longen (2018).

Ao analisarmos o livro didático do 7º ano da coleção Apoema, na Unidade 3, Números Racionais, no capítulo 10 nomeado: Frações e números decimais, observamos que este é o único livro da coleção que cita muito pouco sobre a história dos números racionais. Nesse

livro em especial, a história é apresentada através de um espaço denominado “De olho no legado” na página 80, onde o autor aborda de maneira mais geral sobre a evolução no campo numérico, o desenvolvimento dos símbolos para representá-los, até a origem dos números naturais passando um pouco pelos números racionais e inteiros, mas sem se deter ou particularizar no surgimento dos números racionais.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) nos orienta que é importante fazer com que o aluno entenda que esse conjunto numérico se deu pela necessidade de se representar problemas do cotidiano, nas quais os números naturais não eram capazes de resolver, como as medições (BRASIL, 2018). Ou seja, fazer com que o aluno compreenda que os números naturais surgiram da necessidade de contar, mas quando esses números já não supriam todas as necessidades, como quantas vezes uma grandeza cabia na outra, se originou assim a necessidade da ampliação dos números naturais, dando origem aos racionais (FROIS; SOUZA, 2014).

Figura 6 – “De olho no legado”.



Fonte: Adilson Longen (2018, p.80).

Constatamos que apesar de apenas o livro do 7º ano da coleção analisada abordar de fato sobre algum contexto histórico que engloba os números racionais, ela ainda é abordada de maneira muito sucinta e de pouco foco, com apenas dois parágrafos de nove linhas ao todo.

Isso ressalta a perspectiva já publicada de Pimentel (2014), que destaca a presença da história da matemática nos livros didáticos apenas para cumprir requisito do que para contribuir no desenvolvimento da curiosidade e motivação. A história “[...] está presente nos livros didáticos mais pela exigência do (Programa Nacional do Livro e do Material Didático) PNLD do que pela sua possibilidade metodológica” (PIMENTEL, 2014, p. 126).

Seguindo a mesma linha de pesquisa, Bianchi (2006, p. 42), enfatiza que “[...] sobre a História da Matemática, apresentada nos Livros Didáticos, é demasiado simples e resumido”. Lopes (2000) também nos diz que a história da matemática precisa contribuir para a compreensão e o entendimento do assunto tratado em questão, e não apenas como uma leitura adicional no início e/ou fim de cada tema abordado ao longo desse material didático. É nessa perspectiva que percebemos a inexpressiva presença da história da matemática nos livros didáticos da coleção analisada.

ANÁLISE DAS RELAÇÕES ENTRE AS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS NÚMEROS RACIONAIS NOS LIVROS DIDÁTICOS

Quando falamos dos números racionais, o que entra logo em discussão é a falta de entendimento por parte dos alunos acerca das diversas formas de se representar esses números e de relacioná-los, fazendo com que sua compreensão se torne de difícil construção.

Embora esse conjunto numérico seja uma extensão dos naturais, as tentativas de estabelecer paralelos entre procedimentos relativos aos dois conjuntos ora são válidas, ora não são, deixando desorientados os alunos que procuram estabelecer esses paralelos, sem uma reflexão mais aprofundada. (CAMPOS; RODRIGUES, 2007, p. 69).

Muitas vezes, a dificuldade de compreensão dos números racionais se origina desde a sua definição que utiliza dois números naturais para representar um único número. “A definição de números racionais nos diz que todo número que pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e b não-nulo é um número racional. E, o conjunto de todos esses números, indicado por: $Q = \{x = \frac{a}{b}, a, b \in Z, b \neq 0\}$ é o conjunto dos números racionais” (COSTA, 2021, p. 119).

De acordo com as exigências da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os números racionais devem ser trabalhados no Ensino Fundamental de uma maneira que os alunos entendam o quociente, a razão, parte de um todo e a operação multiplicativa, saber

representar equivalências e localizar os devidos números na reta numérica, e relacionar as diferentes maneiras de representações desses números. (BRASIL, 2018).

Com relação aos livros didáticos, por serem materiais pedagógicos fundamentais em sala, e por muitas vezes ditar o que será repassado ao aluno, deveriam abranger os números racionais de maneira contextualizada, relacionando os assuntos entre si de maneira progressiva e consolidando os conceitos no decorrer dos anos finais do Ensino Fundamental, fazendo uso de suas representações de maneira simples e de fácil compreensão.

Ao conhecermos como a coleção Apoema apresenta os números racionais nos livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, observamos que aquilo que Duval (2003), chama de registros, como os numéricos, algébricos, de linguagem, gráfico e diagrama, são apresentados de acordo com que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sugere para os anos finais do Ensino Fundamental com no livro.

Apesar de nos livros didáticos da coleção Apoema de Adilson Longen utilizar os números racionais com suas representações de maneira correta com todos os registros presentes nos conjuntos desses números (fracionária, porcentagem, ponto na reta numérica, decimal, linguagens natural e pictórica), com equivalência, simplificação, operações racionais, fração de fração, números decimais, reta numérica, porcentagem, potenciação e radiciação, a coleção peca num ponto muito importante, que é como esses números e todas as suas representações estão sendo relacionadas aos números racionais. Um exemplo disso é como a porcentagem está sendo abordada em todos os quadros livros da coleção Apoema de Adilson Longen. Sem fazer menção ou relação alguma que este assunto faz parte do conjunto dos números racionais.

Verificações de como as diferentes representações dos números racionais estão sendo relacionadas no livro do 6º ano.

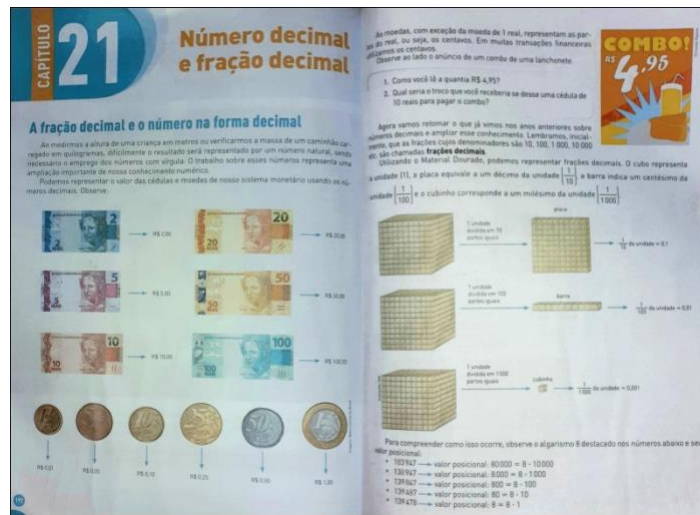
Ao verificarmos o livro do 6º ano da coleção Apoema, nos deparamos que assim como a porcentagem não está sendo relacionada aos números racionais, os números decimais também não estão sendo relacionados ao conjunto. Inclusive os números decimais são apresentados em seções e unidade diferente da que se retrata aos números racionais, traz apenas um título pouco sugestivo no capítulo 21, Unidade 6, sendo este “Número decimal e fração decimal”, mas sem citar nada sobre os números decimais fazerem parte dos números racionais.

Figura 7 – Sumário do livro do 6º ano.

| | |
|---|-----|
| UNIDADE 5 – Números racionais | 152 |
| CAPÍTULO 17 – A ideia de fração | 154 |
| Frações como partes do inteiro | 154 |
| Tipos de fração e divisão | 156 |
| Fração de quantidade | 160 |
| CAPÍTULO 18 – Equivalência e simplificação | 163 |
| Frações equivalentes | 163 |
| Simplificação de frações | 165 |
| Comparação de frações | 168 |
| Comparações – Tangram | 171 |
| CAPÍTULO 19 – Operações com frações | 172 |
| Adição e subtração: denominadores iguais | 172 |
| Adição e subtração: denominadores diferentes | 175 |
| De vírgula na legião – Fração como divisão | 177 |
| CAPÍTULO 20 – Frações de frações | 178 |
| Multiplicação de frações | 178 |
| Divisão de frações | 181 |
| Comparações – Frações na reta numérica | 183 |
| Frações e partilhas | 184 |
| Retomar | 186 |
| UNIDADE 6 – Números decimais e unidades de medidas | 199 |
| CAPÍTULO 21 – Números decimal e fração decimal | 199 |
| A fração decimal e o número na forma decimal | 199 |
| Comparação entre números decimais | 199 |
| CAPÍTULO 22 – Unidades de medidas e números decimais | 201 |
| Unidades de comprimento | 201 |
| De olho no legião – Unidade de comprimento | 201 |
| Unidades de massa e unidades de capacidade | 202 |
| Comparações – Capacidade do cubito | 206 |
| CAPÍTULO 23 – Operações com números decimais | 207 |
| Adição e subtração com números decimais | 207 |
| Multiplicação com números decimais | 209 |
| Potenciação com números decimais | 211 |
| Divisão entre números decimais: quociente decimal | 213 |
| Divisão com decimais | 215 |
| CAPÍTULO 24 – Porcentagem | 218 |
| Representação decimal de porcentagens | 218 |
| Cálculo com porcentagens | 221 |
| De olho no legião – Educação rural | 224 |
| Viver – A escola e a vida nos rios do Amazonas | 225 |
| Conhecimentos – No mínimo | 226 |
| Retomar | 228 |

Fonte: Adilson Longen (2018).

Figura 8 – Número decimal e fração decimal, livro do 6º ano.



Fonte: Adilson Longen (2018).

Falhas como essas fizeram Dante ressaltar que “um conceito errado no livro passa para a lousa pelo professor e, em seguida, para a cabeça dos alunos. Mais tarde, torna-se muito mais difícil reparar essa falha com os alunos. Daí a necessidade de se introduzirem corretamente os conceitos [...]” (Dante, 1996, p.85).

Os conteúdos de matemática presentes nos livros didáticos devem ser muito bem construídos e corretos, pois esse erro aparentemente “pequeno” na construção das relações

dos números racionais nos livros didáticos pode prejudicar o aluno e impedir que ele estabeleça, de forma adequada, significados e relações entre conteúdos e crie conceitos de maneira errônea que poderá levar pelo resto da vida. (Dante, 1996).

Verificações de como as diferentes representações dos números racionais estão sendo relacionadas nos livros do 7º, 8º e 9º anos.

Ao iniciarmos a análise desses três livros percebemos que os mesmos apresentam os números racionais numa unidade e a porcentagem em outra, sem qualquer relação entre si.

No livro do 7º a Unidade 3 é a que aborda sobre os números racionais, já a unidade que retrata sobre a porcentagem tem o nome de Proporção. No livro do 8º a unidade que se contém a porcentagem é chamada de Razões e Proporções, Unidade 3, mas só é trabalhada no capítulo 8, nomeada de Razão e porcentagem, e continua como em toda a coleção do autor sem relacionar essas representações aos números racionais.

No livro do 9º ano há uma mudança na maneira como estão sendo apresentados os números, anteriormente os livros tratavam dos números racionais em uma unidade única para esses números, enquanto que no último livro dos anos finais do Ensino Fundamental, os números racionais aparecem apenas em um capítulo, sendo ele o capítulo 1 da Unidade que aborda sobre os números reais, nessa parte dos números racionais são trabalhados como sendo parte de outro conjunto, dos reais.

Com tudo que vimos no decorrer dessa pesquisa nos livros dos anos finais do Ensino Fundamental podemos observar como os números racionais muitas vezes não estabelecem relações entre algumas de suas formas de representações, como as dos números decimais e da porcentagem. Como já retratou Costa (2021, p. 117), “as frações são enunciadas como se não tivessem nenhuma relação com a porcentagem, com a representação monetária ou com números decimais finitos. Não há uma compreensão do que seja um número racional e suas diferentes representações”.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No começo dessa pesquisa escolhemos algumas questões para serem desenvolvidas ao longo desse artigo, com o objetivo de responder a problemática principal dessa pesquisa, que é: Quais são os aspectos históricos e as diferentes representações dos números racionais presentes nos livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental?

Nesta análise que realizamos nos livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, podemos confirmar que os livros têm falhas na questão de como os números racionais são apresentados, principalmente nos aspectos históricos e nas relações entre as diferentes maneiras de se representar esse conjunto numérico.

Constatamos que há um longo caminho para que esse conjunto numérico seja apresentado de maneira eficaz para uma boa compreensão por parte dos alunos relacionada à história dos números racionais e a maneira como as diferentes representações dos números se relacionam entre si. Observamos também que mesmo quando há citação sobre alguns aspectos históricos na unidade dos números racionais presentes no livro do 7º ano, são expostas pouquíssimas coisas sobre o surgimento desses números, focando mais no surgimento dos números naturais do que mesmo no dos racionais em si.

Outro fator é a maneira como os números racionais se apresentam, de maneira isolada em muitos pontos, sem dar a devida relação entre as formas de representação, como os números decimais e porcentagem que foram mostrados nos livros de maneira isolada e separada dos números racionais.

Essas falhas apontadas durante a pesquisa são fatores que precisam ser analisados e corrigidos com um olhar criterioso, visto que isto é algo que é comumente observado nos livros didáticos de matemática segundo autores citados durante o corpo do texto.

Assim, entendemos que os resultados alcançados nesta análise, poderão contribuir com as reflexões sobre a elaboração de novos materiais pedagógicos como os livros didáticos, e a partir das discussões aqui levantadas, espera-se que os futuros autores de livros didáticos deem mais importância na implementação dos aspectos históricos em assuntos como o surgimento dos números racionais e a maneira como as diversas formas de representação desses números estão relacionadas, proporcionando ao aluno obter as informações com mais significado e evidenciando os porquês desses conteúdos serem tão importantes.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ministério da Educação. Brasília, 2018.

BIANCHI, M. I. Z. **Uma reflexão sobre a presença da história da Matemática nos livros didáticos**. 2006. 116 f. Dissertação (Mestrado) - Educação Matemática, Unesp, Rio Claro, 2006.

BI FI, L. C. R. História da Matemática nos Livros Didáticos do Ensino Médio: Uma Investigação. In: XX ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTE DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA (EBRAPEM), 2016. Curitiba. **GB 5 – História da Matemática/Educação Matemática**. Curitiba, 2016.

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A Idéia de Unidade na Construção do Conceito do Número Racional, **REVEMAT** - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V 2.4, p.68-93, UFSC: 2007.

COSTA, L. F. M. da. REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS NOS ANOS INICIAIS DA ESCOLARIZAÇÃO. **Revista Amazônica de Ensino de Ciências - Areté**, [S.l.], v. 15, n. 29, p. 115 - 126, mar. 2021. ISSN 1984-7505. Disponível em: <<http://periodicos.uea.edu.br/index.php/arete/article/view/2089>>. Acesso em: 15 out. 2021.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da Teoria a Prática. 14^a ed. Campinas – SP: Papyrus, 1999.

DANTE, L. R. **Livro didático de Matemática**: Uso ou abuso? Brasília: Em aberto, ano 16, n.69, jan/mar. 1996.

DUVAL, R. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: MACHADO, S. D. A. (org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas, São Paulo: Papyrus, p. 11-33, 2003.

FROIS, P. D. P.: SOUZA, B. Q. de. **Números Racionais**: Conceitos e Representações. 2014. Disponível em: < <http://www.labeduc.fe.usp.br/wp-content/uploads/Unidadededid%C3%A1tica-N%C3%BAmeros-Racionais-Conceitos-e-representa%C3%A7%C3%B5es-1.pdf> >. Acesso em: 10 de out. de 2021.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 4 ed.,2002.

LOPES, J.A. **Livro Didático de Matemática**: concepção, seleção e possibilidades frente a Descritores de análise e tendências em Educação Matemática. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2000.

LONGEN, Adilson. **Apoema**: Matemática - 6^o ano. São Paulo: Editora do Brasil, 2018.

LONGEN, Adilson. **Apoema: Matemática** - 7º ano. São Paulo: Editora do Brasil, 2018.

LONGEN, Adilson. **Apoema: Matemática** - 8º ano. São Paulo: Editora do Brasil, 2018.

LONGEN, Adilson. **Apoema: Matemática** - 9º ano. São Paulo: Editora do Brasil, 2018.

MOREIRA, A. M. **teorias de Aprendizagem**. 1ª ed. São Paulo: EPU, 2012.

PACHECO, E. R. **História da matemática em abordagens pedagógicas**. In: BURAK, D.; PACHECO, E. R.; KLÜBER, T. E. (Orgs.). Educação matemática: reflexões e ações. Curitiba: Editora CRV, 2010.

PIMENTEL, G. H. **A História da Geometria nos Livros Didáticos e Perspectivas do PNLD**. 2014. 139 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Educação, Centro de Educação e Ciência Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

SILVA, M. S da. **O Professor PDE e os Desafios da Escola Pública Paranaense: Produção Didático-Pedagógica**. V.11. Paraná 2010.

VIANNA, C. R. **Matemática e História: Algumas relações e implicações pedagógicas**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Metodologia do Ensino e Educação Comparada da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo. 1995.