

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

ESCOLA NORMAL SUPERIOR

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CARLOS AUGUSTO VIEIRA PERES

**O ENSINO DAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO
RETÂNGULO UTILIZANDO O TEODOLITO CASEIRO E A METODOLOGIA DA
ENGENHARIA DIDÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

MANAUS, 2018

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

ESCOLA NORMAL SUPERIOR

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**O ENSINO DAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO
RETÂNGULO UTILIZANDO O TEODOLITO CASEIRO E A METODOLOGIA DA
ENGENHARIA DIDÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

CARLOS AUGUSTO VIEIRA PERES

*Trabalho de Conclusão do Curso elaborado junto
às disciplinas TCC I e TCC II do Curso de
Licenciatura em Matemática da Universidade do
Estado do Amazonas para a obtenção do grau de
licenciado em Matemática.*

Orientador(a): MSc. Marcos Marreiro Salvatierra

Co-orientador(a): MSc. Helisangela Ramos da
Costa

MANAUS, 2018



ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Ata de Defesa do Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática da Escola Normal Superior-UEA de **CARLOS AUGUSTO VIEIRA PERES**.

Aos 23 dias do mês de novembro de 2018, às 9:30 horas, em sessão pública na Sala Dalva Santiago da Escola Normal Superior na presença da Banca Examinadora presidida pela professora da disciplina de Trabalho de Conclusão do Curso Helisângela Ramos da Costa e composta pelos examinadores: Me. MARCOS M. SALVATIERRA, Me. LEONARDO DA SILVA BRITO e Me. JULIO CEZAR MARINHO DA FONSECA o aluno **CARLOS AUGUSTO VIEIRA PERES** apresentou o Trabalho: "O ENSINO DAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO UTILIZANDO O TEODOLITO CASEIRO E A METODOLOGIA DA ENGENHARIA DIDÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL" como requisito curricular indispensável para a integralização do Curso de Licenciatura em Matemática. Após reunião em sessão reservada, a Banca Examinadora deliberou e decidiu pela APROVAÇÃO do referido trabalho, com o conceito 9,4 à monografia divulgando o resultado formalmente ao aluno e demais presentes e eu, na qualidade de Presidente da Banca, lavrei a presente ata assinada por mim, pelos demais examinadores e pelo aluno.

Helisângela Ramos Costa

Presidente da Banca Examinadora

Marcos M. Salvatierra
Orientador (a)

Leonardo da Silva Brito
Avaliador 1

Julio Cezar Marinho da Fonseca
Avaliador 2

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado força, perseverança e paz nos momentos mais angustiantes.

Agradeço também aos meus pais por estarem comigo nessa caminhada.

RESUMO

Este trabalho tem como enfoque o ensino das relações trigonométricas no triângulo retângulo utilizando o teodolito caseiro e a metodologia da engenharia didática no 9º ano do ensino fundamental. Procurando atender a um novo olhar no ensino e aprendizagem da Matemática este trabalho tem como objetivo geral contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem das relações trigonométricas no triângulo retângulo utilizando o teodolito caseiro e a metodologia da engenharia didática no 9º ano do ensino fundamental. Os objetivos específicos são: identificar as etapas do processo de ensino e aprendizagem da Matemática utilizando a Engenharia Didática; apresentar as fases da engenharia didática; relacionar o uso do teodolito caseiro com o ensino das relações trigonométricas no triângulo retângulo. A opção metodológica utilizada neste trabalho de conclusão de curso foi à pesquisa qualitativa e a modalidade escolhida foi o estudo de caso. Após o estudo da metodologia da engenharia didática, da construção e aplicação do teodolito caseiro e também da análise dos questionários aplicados foram obtidos resultados positivos no ensino das relações trigonométricas no triângulo retângulo no 9º ano do ensino fundamental, pois facilitou na aprendizagem dos alunos.

Palavras Chaves: Relações Trigonométricas, Engenharia Didática, Teodolito.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Triângulo didático.....	12
Figura 2. Esticador de corda.	16
Figura 3. Teodolito Caseiro.....	17
Figura 4. Triângulo Retângulo.....	23
Figura 5. Triângulo Retângulo.....	24
Figura 6. Triângulo Retângulo.....	24
Figura 7. Aplicação do Questionário 1.	26
Figura 8. Desenho feito por um aluno.	33
Figura 9. Desenho de um aluno.	34
Figura 10. Resolução da questão da caixa d'água	34

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	8
1. FUNDAMENTAÇÃO TEORICA.....	9
1.1 A ENGENHARIA DIDÁTICA.....	9
1.2 ASPECTOS HISTÓRICOS DA TRIGONOMETRIA.....	14
1.3 O TEODOLITO	15
2. METODOLOGIA DA PESQUISA	18
2.1 SUJEITO DA PESQUISA	18
2.2 ABORDAGEM METODOLÓGICA.....	18
2.3 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	20
2.4 PROCEDIMENTOS PARA A ANÁLISE DE DADOS	21
3. APRESENTAÇÃO E ANALISE DOS RESULTADOS	22
3.1 DESCRIÇÃO DAS AULAS ANTES DO PROJETO	22
3.2 DESCRIÇÃO E APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES DURANTE A PESQUISA	23
3.2.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA AVALIAÇÃO DIAGNOSTICA.....	23
3.2.2. DESCRIÇÃO DAS AULAS	25
CONSIDERAÇÕES FINAIS	37
REFERÊNCIAS.....	39
APÊNDICE A.....	41
APÊNDICE B.....	42
APÊNDICE C	43
APÊNDICE D	44
ANEXO A: QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS.....	45
ANEXO B: QUESTIONÁRIO APLICADO AO PROFESSOR DA TURMA.....	48
ANEXO C: QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS.....	49
ANEXO D: QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS.....	51

INTRODUÇÃO

Diante das observações realizadas durante o Estágio Curricular Supervisionado I nas turmas do 9º ano do ensino fundamental, foram observados que os conteúdos de introdução às relações trigonométricas no triângulo retângulo, não eram ensinados sob uma metodologia que facilitasse a sua compreensão.

Faltam melhorias no ensino da Matemática, pois é visível a presença do ensino tradicional. Os parâmetros Curriculares Nacionais, os PCN's, destacam os conteúdos matemáticos necessários a cada ciclo da vida escolar do aluno, fazem análise dos objetivos a serem alcançados, a visão pedagógica da construção desse conhecimento e sugerem ao professor a utilização e aplicação das propriedades das figuras e da construção de outras relações.

Procurando atender a um novo olhar no ensino e aprendizagem da Matemática este trabalho teve como objetivo geral a contribuição para a melhoria do ensino e aprendizagem das relações trigonométricas no triângulo retângulo utilizando o teodolito caseiro e a metodologia da engenharia didática no 9º ano do ensino fundamental e os objetivos específicos foram a identificação das etapas do processo de ensino e aprendizagem da Matemática utilizando a Engenharia Didática; apresentação das fases da engenharia didática; relacionar o uso do teodolito caseiro com o ensino das relações trigonométricas no triângulo retângulo. A pesquisa foi realizada com duas turmas de 37 alunos cada.

A Engenharia Didática- ED destaca-se por ser uma metodologia de investigação, e tem como principal característica a experimentação. Além disso, permite utilizar os conhecimentos prévios dos alunos, e assim poder construir uma aprendizagem significativa e que parta do ensino prático contemplando a todos.

O trabalho foi dividido em três capítulos. O capítulo 1 refere-se a fundamentação teórica e destaca os trabalhos dos principais autores relacionados a engenharia didática, a trigonometria e o teodolito, o segundo capítulo destaca a metodologia da pesquisa e mostra como foram feitos os procedimentos metodológicos e o terceiro capítulo refere-se a apresentação e análise dos resultados.

CAPITULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 A Engenharia Didática

A Matemática, segundo Carvalho (2011), Leivas (2012) é considerada como uma das mais antigas ciências, e vem ocupando um lugar de destaque nos currículos escolares. Esse reconhecimento está ligado a sua importância em solucionar problemas do cotidiano, assim como sua contribuição para outras áreas do conhecimento, como Física, Biologia e Química.

Por ser uma ciência que soluciona problemas é que a matemática esta ligada as outras áreas do conhecimento, pois dessa forma facilita e contribui com o desenvolvimento dessas áreas.

Durante a prática docente, os desafios vão surgindo, e nesse momento o professor deve estar preparado para atualizar seus conhecimentos e fazer mudanças nas suas estratégias de ensino. O aluno hoje em dia não pode ser visto como uma página em branco, onde o professor grava ou memoriza exercícios repetitivos. D'Ambrósio salienta que a produção e memorização de conceitos sem a abrangência de seu significado corroboram a técnica tradicional de ensino. Podemos destacar ainda que o ensino tradicional subestima a atividade mental dos alunos, privando-os de desenvolverem suas potencialidades cognitivas, suas capacidades e habilidades.

Nesse ponto de vista, Fiorentini e Nacarato (2005) destacam a importância do olhar crítico e reflexivo do professor diante de sua prática pedagógica, para que dessa forma possa buscar subsídios teóricos práticos que ajudem a compreender e enfrentar os problemas da sala de aula.

Percebe-se que tendo um olhar crítico e reflexivo o educador consegue desenvolver métodos para ajudar o aluno e assim o ajudar nas resoluções dos problemas, com essas ferramentas em mão o aluno torna-se um ser capaz de interpretar qualquer questão, pois esses subsídios facilitam na compreensão.

A Engenharia Didática, nesses moldes, busca contribuir para o trabalho em sala de aula, pois, caracteriza-se por indicar um esquema experimental baseado em realizações didáticas na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na

observação e na análise de sequências de ensino; considera os conhecimentos prévios dos alunos, e parte deles, para a construção de um saber autêntico e significativo.

Dessa forma, a Engenharia Didática ajuda a descobrir as dificuldades dos estudantes e em que esses problemas são baseados, e assim ajuda o orientador a encontrar métodos que facilitem o aprendizado dos alunos para que assim possam desenvolver ferramentas capazes de solucionar os problemas.

A Engenharia Didática começou a ser vista como metodologia no início dos anos (80) oitenta, na França, e teve como referência a Teoria das Situações Didáticas propostas por Guy Brousseau (2002) e a Teoria da Transposição Didática de Yves Chevallard.

A Teoria das Situações Didáticas- TSD surgiu no final da década de (60) sessenta, diretamente ligadas aos estudos desenvolvidos no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IREM), coincidindo com o movimento da Matemática Moderna. Este instituto desenvolvia uma complementação na formação de professores de matemática e na produção de meios materiais de apoio para a sala de aula, tais como textos, jogos, brinquedos, e etc. (GÁLVEZ, 1996).

As discussões no IREM eram voltadas para a “[...] produção de conhecimento para controlar e produzir [...] ações sobre o ensino” (GÁLVEZ, 1996, p.26), e isso privilegiou o surgimento da TSD, que foi amplamente aceita por pesquisadores da corrente Didática da Matemática francesa.

Segundo Almouloud (2007), um caráter importante dessa Teoria é a criação de um ambiente experimental para a investigação em matemática, de tal maneira que o aluno pode reproduzir em escala elementar, os passos semelhantes executados pelos matemáticos.

As relações entre professor e aluno em sala de aula devem estar consolidadas para que haja condições de um ambiente de aprendizado. A Teoria das Situações Didáticas admitem a intervenção tanto do aluno quanto do professor. Segundo Almouloud (2007) a Teoria das Situações Didáticas se apóia em três hipóteses:

O aluno aprende adaptando-se a um milieu que é fator de dificuldades, de contradição e de desequilíbrio, um pouco como acontece na sociedade humana. Esse saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se pelas respostas novas, que são a prova da aprendizagem, Brousseau (1986, p.49). Esta hipótese é uma referência à epistemologia construtivista de Piaget. O milieu não munido de intenções didáticas é insuficiente para

permitir a aquisição de conhecimentos matemáticos pelo aprendiz. Para que aja uma intencionalidade didática, o professor deve criar e organizar um milieu no qual serão desenvolvidas as situações suscetíveis de provocar essas aprendizagens. A terceira hipótese postula que esse milieu e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. (BROUSSEAU, 1986 apud ALMOULOU, 2007, p.32).

O professor na sala de aula não assume o papel de ser o dono do saber absoluto, a Teoria das Situações Didáticas mostra que tanto o professor quanto o aluno possuem conhecimentos e que ambos são capazes de os transmitirem. Durante a aula do professor o aluno pode intervir para que haja uma melhor transmissão de conhecimento, isso deve ser feito de uma maneira respeitosa para que a relação com o professor possa ser a melhor possível.

Para Rosa (1998), a relação entre professor e saber a serem absorvidos no sistema didático, não se limita a uma relação de ensino, mas pode estender-se para além dessa relação de transposição didática da qual participa, transformando esse saber ensinar em saber aprendido. O milieu (meio) é constituído pelo o que envolve o aluno no contexto da situação didática, tais como recursos, atividades, sala de aula, laboratório, o professor e o colega.

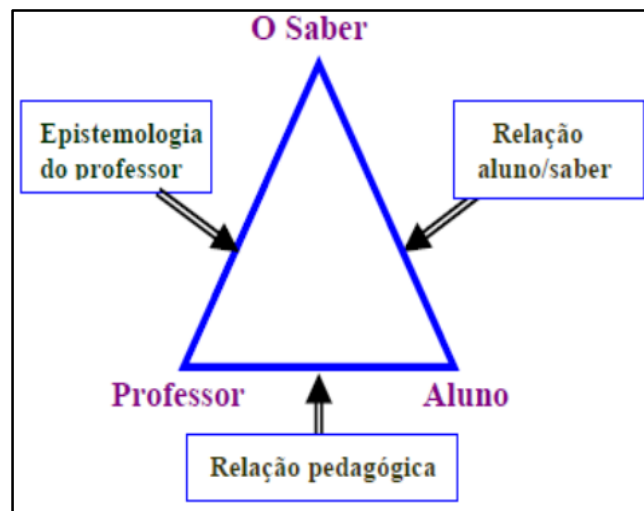
Segundo Silva (2008), para Brousseau, o planejamento de uma situação didática precisa ter momentos em que o aluno se encontre sozinho diante do problema a resolver, sem a intervenção do professor. Esse momento é considerado a-didático, uma vez que o aluno deve se relacionar com um problema contando com apenas com seus próprios conhecimentos, sentindo-se desafiado pelo problema e não com algum algoritmo pronto e fornecido pelo professor.

As noções da TSD desenvolvidas por Brousseau (1996) são utilizadas para organizar a metodologia da Engenharia Didática e sua operacionalização é feita com os seguintes passos sucessivos: estudos preliminares, concepção e análise a priori, experimentação, e análise à posteriori e validação conforme defendido por Guimarães, Barlette, Guadagnini citando Artigue, Perrin (1991) e Machado (2012), os estudos preliminares correspondem à etapa inicial do planejamento de um estudo, neste momento faz-se necessário identificar a problemática em que este conhecimento se insere no campo do ensino, na concepção e análise a priori começa o processo de validação, é nessa fase que são analisadas situações didáticas previamente à sua realização no ambiente escolar, já na experimentação são aplicados os instrumentos de pesquisa que testam as hipóteses formuladas e na

análise à posteriori e validação são organizados todos os dados que foram obtidos na fase anterior e também se analisam os resultados, neste caso se confirmam ou não as hipóteses formuladas.

De acordo com Pommer (2013), diz que para modelar a TSD, Brousseau (1996) sugere a construção de um triângulo didático, formado por três elementos, o aluno, o professor e o saber, partes constitutivas de uma relação dinâmica e complexa, e por último a relação didática, que leva em consideração as interações entre professor e alunos conhecidos como (elementos humanos), mediadas pelo saber e definido como (elemento não-humano), que determina a forma como tais relações irão se desenvolver.

Figura 1. Triângulo didático



Fonte: Brousseau (1986).

De acordo com Brousseau (1996) é necessário ter uma situação didática para descrever os modelos o delineamento entre professor e aluno. Essa didática é criada para ensinar um conhecimento ou controlar a sua aquisição.

Segundo Chevallard (1991) a sua teoria vem corrigir um equívoco tradicional da reflexão pedagógica: a secundarização da discussão dos saberes escolares.

O objetivo que a transposição didática pretende é desestabilizar esse entendimento, expondo enfaticamente a necessária distância entre o saber ensinado e seus saberes de referência.

O sistema didático de Chevallard (1991, p.23) segue os mesmos moldes de Brousseau, e tal abordagem encontrou no início bastante resistência, especialmente

por parte dos professores. Chevallard explica que essa resistência se aproxima a análise bourdiana do campo científico.

Chevallard (1991) entende o adjetivo didático como relativo a qualquer situação de estudo, e a didática, como a ciência que estudaria o didático, tendo como objeto os saberes que circulam no sistema de ensino.

O princípio fundador das didáticas, ao menos no sentido brousseauiano da palavra, é que não somente o transmitido depende da ferramenta com que se pretende conseguir sua transmissão, como as organizações transmissoras, quer dizer, as didáticas, configuram-se de modo estreitamente vinculado à estrutura daquilo que se tem de transmitir (CHEVALLARD, 2001, p.2)

Yves Chevallard é um didata conhecido no campo do ensino das matemáticas, no entanto, no Brasil seus trabalhos não contribuíram de forma marcante para a pesquisa educacional atual. Sua publicação mais conhecida no Brasil é a tradução para o espanhol e o original em francês do livro *La Transposition Didatique*.

De acordo com Caillot (1996, p.21) a teoria da transposição didática refere-se à questão do saber do sábio na constituição do saber escolar, pois este seria a única referência do saber ensinado para Chevallard, o único saber habilitado a conferir legitimamente a esse saber ensinado.

O historiador André Chervel considera a teoria da transposição didática pertinente apenas ao campo da didática das matemáticas, contudo o autor não polemiza diretamente com Chevallard.

Conforme Sousa (2017), as sequências didáticas têm papel fundamental nos materiais de didáticos que são elaborados por novas editoras e isso tem apresentado uma grande melhoria na educação das soluções propostas.

Através da Engenharia Didática em Matemática o professor tem a oportunidade de refletir e avaliar a sua ação educativa e é diante desse processo de reflexão que redireciona e resignifica o trabalho que desenvolve. Não existe ninguém melhor que o próprio professor para entender a complexidade dos fatos ocorridos em sala de aula, ninguém melhor para entender as dúvidas e dificuldades que os alunos apresentam, por isso, é ele quem deve buscar entender os motivos que impedem o aprendizado dos alunos investigando e refletindo as próprias ações educativas efetuadas em sala de aula (BROUSSAU, 1996).

O professor deve investigar e analisar o seu próprio trabalho deve verificar se os seus métodos estão sendo adequados, se estão trazendo os resultados esperados.

A Engenharia Didática em Educação Matemática tem como objetivo melhorar a nossa aprendizagem e convivência com o mundo da Educação Matemática, pois nesse método existe uma grande importância de uma aprendizagem significativa de conceitos matemáticos voltados para a vida real. Esse método de ensino comprova que o aluno tem a capacidade de entender e resolver um problema matemático de várias maneiras. Por isso que a Engenharia Didática é reconhecida como uma metodologia de pesquisa científica, onde visa buscar-se a construção do Conhecimento em Matemática; Modelagem, Modelos Matemáticos e suas aplicações (BROUSSEAU, 1996).

A Engenharia Didática é uma metodologia facilitadora de transmissão de conhecimento, através dos seus métodos é descoberto às dificuldades de aprendizagem do aluno e assim podem ser desenvolvidos subsídios para resolver esses problemas.

1.2 Aspectos históricos da Trigonometria

A palavra trigonometria tem sua origem no grego *trigonos* (triângulo) mais *metrum* (medida), cujo foco principal é estudar as relações entre os lados e ângulos de um triângulo, nasceu como resposta à necessidade da Astronomia e da Navegação.

A trigonometria começou a progredir a partir da interação contínua e fértil entre a oferta e a demanda: a oferta de teorias matemáticas aplicáveis e técnicas acessíveis em qualquer momento e a demanda de uma única ciência aplicada, a Astronomia.

Segundo Uberti (2003, p.6):

A trigonometria era baseada numa única função, a corda de um arco de círculo arbitrário, onde identificou-se as primeiras sequências numéricas relacionadas com comprimentos de sombra com horas do dia. Por volta do século II essa função corda transformou-se em variações do seno. E somente por volta do século IX, a nova função seno e as antigas funções sombra (tangente, cotangente, secante) foram tabuladas em sexagenários.

Segundo historiadores, o grego Hiparco de Niceia (180 a.C – 125 a.C) considerado o maior astrônomo do mundo, por volta do ano 140 a.C., relacionou os lados e os ângulos de um triângulo retângulo elaborando, pela primeira vez na

história da humanidade, o que hoje equivale a uma tabela de razões trigonométricas para ângulos agudos sendo, portanto, chamado “o pai da trigonometria”.

No século II, o geógrafo e astrônomo grego Ptolomeu (85 – 165), em sua obra *Syntaxis matemática*, certamente a mais significativa da antiguidade, razão pela qual mais tarde na Arábia passou a se chamar Almagesto (o maior), estabeleceu, além de outros assuntos, uma tabela de senos, que corresponde a uma tabela de cordas para ângulos de 0° a 180° , de meio em meio grau (CELSO e FERREIRA, 2015).

Na atualidade encontram-se aplicações para a trigonometria nas telecomunicações, na música, na determinação de distâncias entre estrelas, na medicina, na física, na sociologia e em muitas outras áreas científicas. Como tal, o seu estudo é indispensável para engenheiros, físicos, informáticos e praticamente para todos os cientistas.

De acordo com Uberti (2003) as civilizações antigas utilizavam diversos instrumentos que, frente aos recursos tecnológicos dos quais dispomos hoje, eram bastante rudimentares, porém foram importantes para traçar rotas comerciais, delimitar áreas e propriedades, determinar distâncias.

1.3 O Teodolito

O primeiro teodolito foi construído por Jonathan Sisson contendo quatro parafusos nivelados, apesar de sua invenção ser atribuída a Ignácio Porro, inventor de instrumentos óticos. Na verdade seu primeiro invento foi taquímetro auto-redutor, um instrumento que possuía os elementos do teodolito, mas com um dispositivo ótico. Ao longo dos anos foi sendo transformado e a ele agregados sistema e mecanismos que o tornaram mais preciso em suas condições. O teodolito foi criado para substituir o círculo de borda (instrumento utilizado para medir com precisão ângulos horizontais e verticais que permitia medidas mais precisas entre as distâncias de um ponto a outro, da elevação e direção de determinado local.

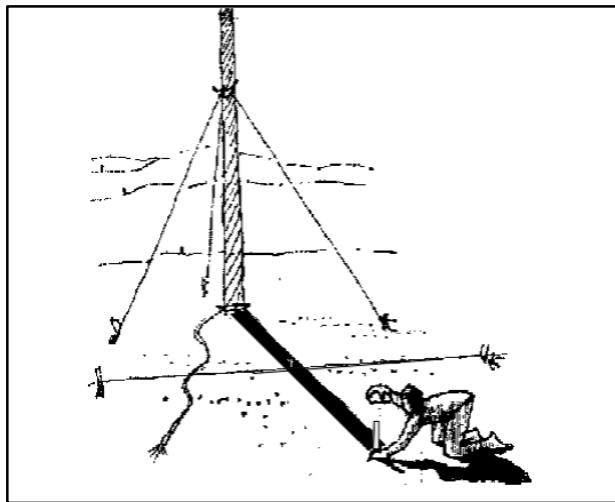
O teodolito é muito utilizado para os levantamentos topográficos. A topografia é a base de todos os projetos e obras realizadas por engenheiros e arquitetos, tais como obras viárias, núcleos habitacionais, aeroportos, hidrografia, usinas hidroelétricas, telecomunicações, etc. Eles podem ser utilizados para medir distâncias relacionadas com ângulos (SOUZA,2010).

A topografia é uma ciência que estuda a representação detalhada de uma porção da superfície terrestre. Desde os primórdios da civilização, o ser humano buscou demarcar sua posição e seu domínio, assim sendo, utilizava a topografia.

As civilizações babilônicas, egípcia, grega, chinesa, árabe e a romana contribuíram com instrumentos e processos, embora simples, ajudavam a descrever, delimitar e avaliar propriedades tanto urbana como rurais.

Voltando no tempo (3000 a.C), babilônios e os egípcios utilizavam a corda para medir distancias, e por esse motivo eram chamados de esticadores de cordas.

Figura 2. Esticador de corda



Fonte: Souza (2010)

Os egípcios utilizavam um instrumento primitivo para realizar levantamentos topográficos chamados **groma**. Esse instrumento consistia de braços (cerca de 1m de comprimento) cruzados perpendicularmente e extremidade de cada um dos quatro cantos pendurados com ou sem um prumo na corda. Era utilizado para alinhar direções em áreas planas até objetos distantes e depois transferir às linhas para o solo marcando linhas retas, também era possível ser usado para marcar ângulos necessários nas construções, como por exemplo, nas pirâmides. Na civilização romana era utilizado para projetar as ruas das cidades.

O primeiro teodolito foi construído em 1720 por Jonathan Sisson. O mesmo continha quatro parafusos niveladores, o inventor de instrumentos óticos, Ignácio Porro, foi de tamanha contribuição para este invento, o mesmo acoplou ao teodolito um telescópio, aprimorando assim o teodolito.

Com o passar dos anos, o teodolito foi ganhando novos sistemas que o tornaram mais precisos nas suas medições.

Pelo advento da tecnologia, na década de 70, surgiram os teodolitos eletrônicos. A diferença básica, em relação aos teodolitos clássicos se consistiu na substituição do leitor ótico de um círculo graduado por um sistema de captadores eletrônicos.

Em decorrência do acentuado avanço tecnológico do instrumental, as equipes de campo sofreram redução no número de auxiliares, tornando os trabalhos topográficos menos onerosos, rápidos, mais confiáveis e precisos. Apesar de serem instrumentos caros, se tornam viáveis em função das grandes vantagens que eles oferecem.

Nas últimas décadas houve grande desenvolvimento nos equipamentos e métodos para a aquisição de dados georeferenciados. O teodolito realiza medidas de ângulos verticais e horizontais.

O teodolito eletrônico tem a mesma função, de medir ângulos, porém, ao invés de dar diferença na medição em graus é dada de 20 em 20 segundos, normalmente, a diferença de espaço é menor, o que o torna muito mais preciso. A medida eletrônica dos ângulos é baseada na leitura digital de um círculo codificado, realizada através de feixe de luz, e os valores medidos são apresentados diretamente em um visor de cristal líquido

A triangulação usada no teodolito inspirou o GPS, que a aplica através de diferentes princípios. O teodolito utiliza a geometria e a trigonometria plana, e o GPS a física, pelo processo da emissão de ondas eletromagnéticas.

O GPS foi criado pelos americanos para fins militares. Contudo, desde 1960, a força aérea e a marinha dos USA tem trabalhado no desenvolvimento de um sofisticado sistema de navegação por satélite.

Figura 3. Teodolito caseiro



Fonte : Autor(2018)

CAPITULO 2

METODOLOGIA DA PESQUISA

2.1 Sujeito da pesquisa

Os sujeitos da pesquisa foram 74 alunos com idades entre 13 e 15 anos de 2 turmas do 9º Ano do ensino fundamental do turno vespertino de uma escola municipal localizada na cidade de Manaus.

2.2 Abordagem metodológica

A metodologia da pesquisa segundo Minayo (1992) é o caminho do pensamento e a prática exercida na abordagem da realidade. A metodologia inclui as concepções teóricas de abordagem, o conjunto de técnicas que possibilitem a construção da realidade e o sopro divino do potencial criativo do investigador.

A opção metodológica utilizada neste trabalho de conclusão de curso foi a pesquisa qualitativa e a modalidade escolhida foi o estudo de caso. Bogdan e Biklen (1994, apud Costa, 2009) destacam quatro características de uma investigação qualitativa se fizeram presentes nesta pesquisa, a saber:

- ❖ O ambiente natural da escola foi utilizado como fonte direta de dados e o pesquisador foi o instrumento principal da investigação;
- ❖ Os dados foram predominantemente descritivos, obtidos a partir da observação, fotografias e documentos, e por isso foi utilizado a narração como estilo literário;
- ❖ Os dados foram analisados de forma indutiva, procurando a partir da observação e da busca de relações entre os fatos responder as questões norteadoras da pesquisa;
- ❖ O significado assumiu papel fundamental durante a pesquisa, sendo considerada a concepção do professor de Matemática, a Educação Matemática, a utilização da Engenharia didática e a utilização do teodolito caseiro e a concepção dos alunos sobre Matemática;

Essas características da pesquisa não implicam que os dados qualitativos devem ser ignorados. Ao invés de considerá-los como um caminho para descrever com precisão a realidade, os investigadores qualitativos devem considerar o processo social envolvido na coleção de dados numéricos, os efeitos que possuem

na maneira como as pessoas pensam e agem em relação às questões do estudo Bogdan e Biklen (1994, apud Costa, 2009).

2.3 Instrumentos de coletas de dados

Foram abordados quatro tipos de questionários e 3 aulas expositivas, o primeiro questionário foi aplicado para os alunos das duas turmas do 9º ano do ensino fundamental, o segundo questionário foi aplicado para o professor acolhedor, o terceiro e o quarto questionário foi aplicado para os alunos das duas turmas do 9º ano do ensino fundamental.

O primeiro questionário (**Apêndice A**) foi feito para os alunos do 9º ano do ensino fundamental com o objetivo de saber se eles sabiam identificar as principais relações trigonométricas num triângulo retângulo.

Durante a aplicação desse questionário percebeu-se que os alunos não obtinham conhecimento do assunto aplicado e por isso muitas dúvidas surgiram, 10 alunos perguntaram o que era cateto, 5 perguntaram o que era hipotenusa e a maior dúvida era saber como encontrar as relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Os alunos tiveram dificuldades em resolver o questionário, pois não tinham conhecimento prévio do assunto. No início da aula os alunos estavam agitados, mas logo se comportaram, alguns estudantes ficaram nervosos por estar fazendo o questionário e por não saberem responder as questões, esses foram alguns dos aspectos observados nos alunos.

O segundo questionário (**Apêndice B**) foi feito para o professor (a) de Matemática da escola selecionada, com o objetivo de conhecer quais as dificuldades dos alunos quanto ao aprendizado da Matemática e se é usada alguma metodologia de ensino.

Durante a aplicação do questionário o professor estava tranquilo, respondeu todas as perguntas e não teve dúvidas com relação ao questionário.

O terceiro questionário (**Apêndice C**) foi aplicado novamente aos alunos do 9º ano do ensino fundamental a fim de saber o que eles entenderam da primeira aula expositiva.

Os alunos responderam tranquilamente o questionário, apenas 6 alunos ficaram com dúvidas em relação a primeira pergunta.

Os aspectos observados nos alunos foram o comportamento e se demonstravam conhecimento para responderem as perguntas.

O quarto questionário (**Apêndice D**) foi aplicado aos alunos para saber se a metodologia utilizada pelo professor estagiário teve relevância durante as aulas expositivas.

O questionário foi respondido com clareza, os alunos estavam comportados e não tiveram dúvidas em relação às perguntas.

Os principais aspectos observados nos alunos foram o comportamento, se demonstravam conhecimento para responderem as perguntas e se estavam satisfeitos com o questionário.

A **primeira aula expositiva** apresentada pelo professor estagiário aos alunos do 9º ano do ensino fundamental abordou a história da Matemática e os principais problemas da antiguidade sobre as relações trigonométricas.

Não houve tanta participação por parte dos alunos, porém alguns alunos parabenizaram o professor pela aula e relataram que era a primeira vez que estavam assistindo a uma aula sobre a história da Matemática.

Um dos aspectos observados nos alunos foi à falta de interesse por parte de alguns, a forma como a maioria ficava por saber sobre a história da Matemática, ficavam admirados por saber a forma que a matemática foi se desenvolvendo ao longo do tempo.

A **segunda aula expositiva** apresentada pelo professor estagiário aos alunos foi para apresentar a história do teodolito e suas aplicações e qual a sua relação com o ensino das relações trigonométricas.

Os alunos ficaram comportados durante a aula e ficaram curiosos com a história e as aplicações do teodolito caseiro, 2 alunos perguntaram para que servia o teodolito, 3 perguntaram para que como esse instrumento poderia ser usado.

No geral foi observado que os alunos estavam interessados em aprender e estavam atentos a aula.

A **terceira aula expositiva** apresentada pelo professor estagiário aos alunos teve como objetivo a construção do teodolito caseiro em sala de aula e assim pudesse fazer parte das atividades que iam ser realizadas na escola.

Os alunos estavam curiosos com a construção do teodolito caseiro e queriam logo utilizar, fizeram perguntas como, por exemplo, se poderiam construir em casa, se os valores obtidos eram exatos.

Observou-se total comprometimento e empenho por parte dos alunos e que eles estavam interessados em aprender.

2.4 Procedimentos para a análise de dados

Apresentação feita comparação com teóricos, relacionando os dados iniciais com os finais e com a fundamentação teórica.

CAPITULO 3

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

3.1 Descrições das aulas antes do projeto

Antes da pesquisa o professor já havia ministrado quatro conteúdos, Potenciação, Radiciação e Equação do 2º grau.

O modelo de ensino da Matemática adotado pelo professor acolhedor consiste no método tradicional. Este método de ensino vê o aluno como um receptor vazio, todavia excluindo os conhecimentos prévios provindos dos mesmos. Também podemos perceber no ensino tradicional a exclusão das interações sociais.

O professor da turma não usava problemas contextualizados em suas aulas, haja vista que sempre utiliza o livro didático como único apoio.

A utilização dessa metodologia de ensino do professor trouxe dificuldades para os alunos, tais como baixo desempenho dos alunos durante a introdução de um novo conteúdo que precisaria ter como base o conteúdo anterior durante as atividades e durante a aplicação de atividades avaliativas, dúvidas quando era preciso interpretar questões descritivas e dificuldades na resolução de questões de equação do 2º grau. Para tentar resolver as dúvidas e as dificuldades dos alunos o professor apenas passava mais exercícios relacionado com os assuntos e não procurava um método que facilitasse a compreensão dos alunos, tais como a utilização de jogos de raciocínio lógico, a modelagem matemática e a resolução de problemas, segundo Dante (1991, p.96),

É possível por meio da resolução de problema desenvolver no aluno a iniciativa, o espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer o uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções as questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela.

Nesse ponto de vista, Fiorentini e Nacarato (2005) destacam a importância do olhar crítico e reflexivo do professor diante de sua prática pedagógica, para que dessa forma possa buscar subsídios teóricos práticos que ajudem a compreender e enfrentar os problemas da sala de aula.

A Engenharia Didática, nesses moldes, busca contribuir para o trabalho em sala de aula, pois, caracteriza-se por indicar um esquema experimental baseado em realizações didáticas na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino; considera os conhecimentos

prévios dos alunos, e parte deles, para a construção de um saber autêntico e significativo.

Todas essas atividades podem ser motivadoras durante o ensino da Matemática, contribuindo para a quebra de diversos paradigmas no campo das ciências e da Matemática

3.2 Descrição e aplicação das atividades durante a pesquisa

3.2.1 Análise dos resultados do questionário diagnóstico

O **questionário 1 (Apêndice A)** foi aplicado nas turmas do 9º (A e B), os seus respectivos resultados serão apresentados em uma tabela, os alunos ainda não tinham estudado esse assunto e tiveram dificuldades em resolver as questões, pois não tinham um conhecimento prévio do assunto e por isso não sabiam o que era um triângulo retângulo e nem o que eram os catetos e hipotenusa, também não conheciam as relações trigonométricas existentes em um triângulo retângulo.

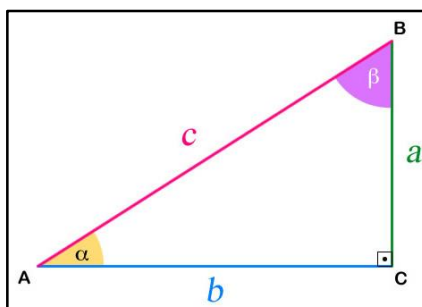
Turma 9º A e B

Todos os alunos responderam o questionário 1 (74 alunos). Os mesmos tiveram aproximadamente duas horas para responder todo o questionário.

Com relação a primeira questão, imagem abaixo:

1. Na figura a seguir temos um triângulo retângulo, e nele estão indicadas as informações sobre as suas medidas. Indique as relações trigonométricas seno, cosseno e tangente dos respectivos ângulos α e β .

Figura 04. Triângulo retângulo

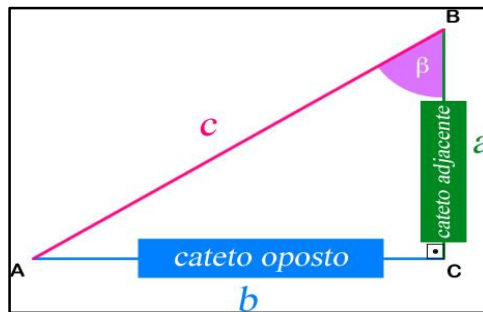


Fonte: Autor (2018)

Como os alunos ainda não tinham estudado esse assunto apenas 4 alunos responderam corretamente esta questão, 43 responderam errado e 27 deixaram em branco.

A segunda questão como vemos na imagem abaixo,
 2. Na figura abaixo temos um triângulo retângulo, e nele podemos perceber um determinado ângulo β . Qual a relação desse ângulo com as palavras grifadas em verde e azul?

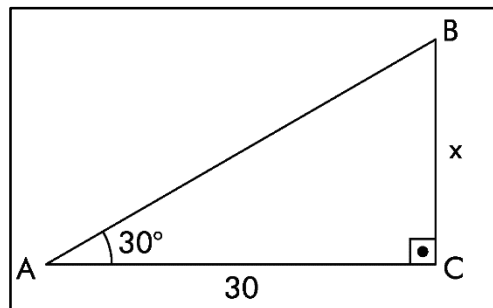
Figura 5. Triângulo Retângulo



Fonte: Autor (2018)

3. Dado o triângulo retângulo abaixo, calcule o valor de x.

Figura 6. Triângulo Retângulo



Fonte: Autor (2018)

Responderam corretamente essa questão os mesmos quatro alunos que haviam acertado a questão 1, 31 responderam errado e 39 deixaram em branco.

O fato curioso dessa questão é que na prova os alunos perguntavam o que era cateto, o que era hipotenusa.

Vemos que os alunos não têm nenhum conceito prévio sobre o assunto do questionário.

A terceira e última questão apenas dois alunos acertaram. No entanto os quatro alunos que responderam as duas questões anteriores chegaram a organizar toda a questão, no entanto apenas dois deles souberam dizer o valor do ângulo de

30° que é calculado pela função tangente, 35 alunos responderam errado e 37 deixaram em branco.

Analisando superficialmente as duas turmas e tendo o fato de que eles ainda não tinham visto e estudado esse assunto, podemos concluir que esse alto nível de alunos que não sabiam nada sobre o conteúdo do questionário não chega a ser preocupante, pois os alunos ainda terão a oportunidade de aprender esse conteúdo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais indica como um dos objetivos do ensino fundamental que os alunos sejam capazes de saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos, e um dos principais responsáveis por ensinar e tornar o aluno capaz é o professor, através desses meios ele facilitará a aprendizagem dos estudantes. Esses meios não eram utilizados pelo professor, principalmente devido ao tempo de aula que é pouco e porque a escola não tinha recursos tecnológicos suficientes.

3.2.2 Descrição das aulas

Aula 01 (Apêndice A.1)

Data: 27/03/2018 (Turma A)

Data: 05/04/2018 (Turma B)

Conteúdo abordado: Relações trigonométricas no triângulo retângulo

Passo a passo da aula: Entramos na sala de aula as (13h30min), mas começamos a desenvolver a atividade programada as (13h45min), pois estávamos aguardando a chegada de mais alunos. Durante esta aula estiveram presentes os 74 alunos matriculados nas turmas.

O início das atividades correu com algumas ressalvas do professor titular da turma, o qual pediu que os alunos participassem com afinco da aula que seria realizada pelo professor estagiário.

O professor estagiário explicou aos alunos que estaria realizando juntamente com a disciplina de estágio supervisionado a pesquisa de campo para a elaboração do seu trabalho de conclusão de curso. Esta pesquisa seria feita tanto com as turmas dos 9° ano (A e B), e utilizaríamos a metodologia da Engenharia Didática para ensinar as noções de trigonometria através do material manipulativo chamado teodolito caseiro.

O passo inicial dessa pesquisa se realizaria com a aplicação do (**Questionário 1**), onde o mesmo ia ser aplicado ainda na 1° aula. Este questionário

tinha por objetivo conhecer se os alunos tinham algum domínio das noções de trigonometria.

O questionário foi aplicado e respondido por todos os alunos das turmas, o que evidencia o interesse da participação por parte dos alunos, como pode ser percebido na imagem abaixo. *Figura 7. Aplicação do Questionário 1.*



Fonte: Autor (2018)

Participação e dúvidas dos alunos: Os alunos não conheciam o assunto aplicado e com isso muitas dúvidas surgiram, 10 alunos perguntaram o que era cateto, outros 5 o que era hipotenusa, e muitos alunos perguntaram como encontrar as relações trigonométricas no triângulo retângulo. No início da aula os alunos estavam agitados, mas logo se comportaram e durante a aplicação do questionário ficaram quietos.

Ações não efetivadas: tudo saiu conforme o planejado, apenas não foi possível ajudar os alunos com as perguntas que eles fizeram, pois o questionário era justamente pra verificar o grau de conhecimento dos alunos.

Aula 02 (Apêndice A.2)

Data: 10/04/2018

Série: 9º ano (Turma A)

Conteúdo abordado: Geometria plana e Trigonometria

Passo a passo da aula: Neste dia entramos em sala de aula após o término do recreio. Ainda na sala dos professores o professor estagiário conversou com o professor titular da turma sobre a aplicação de um questionário que teria que fazer o mesmo.

Na sala de aula o professor da turma começou a responder o questionário, enquanto o professor estagiário corrigia o caderno dos alunos com a autorização do professor da classe.

O questionário que foi entregue ao professor da classe tinha quatro tipos de questões, as questões não estavam relacionadas apenas ao ensino das noções de trigonometria, mas também com perguntas que procuravam saber se os alunos tinham domínio de outros assuntos, os quais o professor poderia citar ou indicar.

Pudemos notar que o questionário foi respondido com certa insatisfação por parte do mesmo, pois suas respostas indicavam certa dureza. O mesmo apresentou e defendeu o método tradicional como principal metodologia didática, ainda conforme o professor, as novas tecnologias têm trazido grande embelezamento para o ensino da Matemática, porém requer tempo de preparo e disposição.

Participação e dúvidas dos alunos: Os alunos estavam apenas entregando o caderno para serem feitas apenas correções de exercícios sobre a fórmula de Bhaskara e envolvendo também resolução de Equações do 2º grau. Os alunos estavam comportados e sentados.

Ações não efetivadas: tudo saiu conforme foi planejado

Aula 03 (Apêndice A.3)

Data: 12/04/2018 (Turma B)

Data: 17/04/2018 (Turma A)

Conteúdo abordado: A história da Trigonometria e os principais problemas da época

Passo a passo da aula: Os professores entraram na sala de aula as (13h30min). O professor da turma realizou a frequência dos alunos, o que foi verificado que não havia faltado nenhum aluno. Após ter realizado a frequência dos alunos o mesmo conversou com a turma, informando que a aula ficaria responsável pelo professor estagiário. Os recursos didáticos que foram utilizados foi o quadro branco, pincel, e cópias com os assuntos trabalhados.

O professor estagiário se apresentou aos alunos e deu início a sua aula, cujo tema era “A história da Trigonometria e os principais problemas da época”.

Os Babilônios e os Egípcios aprenderam a utilizar as relações que existiam entre os lados e os ângulos dos triângulos para resolver problemas, como por exemplo, calcular a altura das pirâmides. No entanto a Trigonometria ganhou força com os estudos dos **movimentos dos astros**.

Os resultados de medições encontrados pelos astrônomos eram registrados em tábuas, essas tábuas trigonométricas assemelhavam-se com as tábuas babilônicas. No papiro de Rhind, documento egípcio que data aproximadamente três mil anos, foram encontrados problemas relacionados à cotangente. Na tábua cuneiforme Plimpton 322, tábua babilônia com texto escrito entre 1900 e 1600 a.C, foram localizados problemas envolvendo secantes.

Hiparco de Nicéia recebeu o título de pai da Trigonometria por contribuir de forma grandemente, como foi apresentado e explicado aos alunos.

Ptolomeu (século II) foi um grande influenciador no desenvolvimento da Trigonometria durante muitos séculos. Na sua obra **ALMAGESTO** podemos encontrar uma tabela de cordas correspondentes a diversos ângulos, em função da metade do ângulo, que é equivalente a uma tabela de senos.

De forma resumida e simples pude apresentar um pouco da história da Matemática, ressaltando os vestígios e principais cientistas que contribuíram para o desenvolvimento dessa ciência.

A Engenharia Didática em Educação Matemática tem como objetivo melhorar a nossa aprendizagem e convivência com o mundo da Educação Matemática, pois nesse método existe uma grande importância de uma aprendizagem significativa de conceitos matemáticos voltados para a vida real. Esse método de ensino comprova que o aluno tem a capacidade de entender e resolver um problema matemático de várias maneiras. Por isso que a Engenharia Didática é reconhecida como uma metodologia de pesquisa científica, onde visa buscar-se a construção do Conhecimento em Matemática; Modelagem, Modelos Matemáticos e suas Aplicações (BROUSSEAU, 1996).

Nos dias de hoje, com o advento da industrialização e do crescimento tecnológico podemos empregar das mais diversas formas destes conceitos surgiram há muito tempo e que são de tamanha importância para o progresso.

Dúvidas e participação dos alunos: Durante essa aula os alunos se apresentaram tímidos, não houve tanta participação por parte do mesmo. Assim que terminamos a apresentação dessa aula foram cedidos quinze minutos para que os alunos pudessem fazer perguntas sobre assunto da aula expositiva, e assim desenvolver um diálogo entre alunos e alunos e alunos e professores. E as perguntas das turmas foram parecidas.

Vários alunos primeiramente parabenizaram o professor pela aula, pois na disciplina de Matemática é difícil encontrar um professor que tenha disponibilidade de preparar uma aula que mantenha os alunos fixos e atentos durante a mesma, principalmente no primeiro horário da aula.

Os alunos disseram ter gostado muito da aula, pois a mesma foi realizada de forma diferente, ainda segundo ele, era a primeira vez que tinha assistido a uma aula sobre a história da Matemática.

Encerrado o tempo para as perguntas, o professor estagiário encerrou a aula programada e agradeceu a turma pela atenção durante o período de realização da mesma.

Ações não efetivadas: Não existiram problemas

Aula 04 (Apêndice A.4)

Data: 26/04/2018 (Turma A e B)

Data: 03/05/2018 (Turma A e B)

Conteúdo abordado: Construção do Teodolito caseiro

Passo a passo da aula: O cronograma que foi feito para realizar cada atividade teve de ser alterado repentinamente, pois o professor da turma tinha que cumprir com as suas aulas e porque o tempo não foi suficiente. Diante disso trouxemos para essa aula a construção do Teodolito, assim como a sua história.

Entramos na sala de aula as (13h30min). O professor da classe realizou a frequência da turma e autorizou que o professor estagiário realizasse sua atividade programada.

O professor estagiário precisou conversar com os alunos sobre a atividade que iria ser feita com os mesmos. O objetivo dessa aula era corroborar com o que foi exposto na primeira aula.

O estagiário explicou que hoje seria construído um objeto manipulativo caseiro, a escolha de se produzir o mesmo baseava-se na idéia de que o mesmo auxiliaria nas noções de trigonometria. Embora o objeto manipulativo **teodolito caseiro** já apresentasse as idéias das trigonométricas, o mesmo seria utilizado para as aplicações que podem estar presentes no nosso dia a dia.

A idéia por trás de a construção ser feita na sala de aula envolve a participação e a criatividade que pode estar presente em cada aluno.

Para a construção do **teodolito caseiro** foram utilizados os seguintes materiais: transferidor de plástico (14 unidades, R\$ 21,00), canudo de suco (14 unidades, R\$ 3,90), cola (4 tubos de 100g, R\$ 23,00) e tachinha de metal (14 unidades, R\$ 3,00). Todo o material utilizado para construir o **teodolito caseiro** foi comprado pelo professor estagiário, totalizando R\$ 50,90.

O **primeiro momento** dessa aula consistiu em separar os alunos em equipe das turmas do 9º ano A e B, para assim entregar os kits que cada aluno utilizaria durante a realização dessa atividade.

Segundo momento (Construção do teodolito)

Fixe a tachinha na base central do transferidor de forma que ela fique com mobilidade. Cole o canudo na tachinha, de modo que a sua movimentação seja completa.

Embora o custo da construção do teodolito tenha saído alto, o prazer em ver que todos os alunos estavam se empenhando com afinco na construção dos teodolitos, nos proporcionou a sensação de dever de cumprido.

O **terceiro momento** dessa aula consistiu em apresentar a história do objeto construído “**teodolito caseiro**”.

Dúvidas dos alunos: Os alunos ficaram curiosos com a construção do teodolito caseiro e queriam logo utilizar, dois alunos da turma A perguntaram pra quê servia o teodolito, outros 3 da mesma turma perguntaram onde e como poderia ser usado, 5 alunos da turma B perguntaram se poderiam fazer em casa e 1 aluno da turma B perguntou se os valores eram exatos. Pra responder a pergunta pra que servia o teodolito foi feita a demonstração medindo a altura da sala de aula, e pra responder aos outros 3 alunos da turma A foi respondido que o teodolito era usado pra calcular medidas de lugares inacessíveis, a resposta pra pergunta se o teodolito

poderia ser feito em casa foi sim, mas era preciso de orientação e cuidado e por fim a resposta da pergunta se os valores calculados eram exatos foi respondido que não eram exatos, que haviam margens de erro e que o valor era aproximado.

Ações não efetivadas: Não foi possível tirar fotos dos alunos fazendo a atividade e a construção do teodolito, pois o professor não permitiu e porque era regra da escola pra preservar os alunos, pois eram apenas adolescentes. Foi planejado mais atividades com o uso do teodolito como, por exemplo, sair da escola pra medir alturas de torres e arvores, porém com o tempo curto e como era preciso a autorização dos pais e da escola não foi possível realizar essas atividades, pois muitos pais não permitiram e devido isso a escola não autorizou a saída dos alunos.

Aula 05 (Apendice A.5)

Data: 08/05/2018 (Turma A e B)

Conteúdo abordado: Aplicação do Teodolito e trigonometria

Passo a passo da aula: Ao passo que as atividades estavam se aproximando do fim percebemos que alguns cálculos programáticos precisariam ser ajustados.

Como podemos perceber, não foi planejada nenhuma atividade utilizando o teodolito, mas como houve a antecipação das atividades previstas “história do teodolito e a construção do mesmo”, conseguimos encaixar essa última atividade unindo as duas turmas do 9º ano (A e B).

Essa atividade seria desenvolvida em dois dias, pois a mesma precisaria seguir as seguintes etapas: **planejamento, aplicação e conclusão.**

O motivo de seguir essas etapas estava voltado para a aplicação da Engenharia Didática- ED. A Engenharia didática é uma metodologia que permite ensinar Matemática de uma forma diferente, colocando nela a importância da aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos para a vida real.

Segundo Silva (2008), para Brousseau, o planejamento de uma situação didática precisa ter momentos em que o aluno se encontre sozinho diante do problema a resolver, sem a intervenção do professor. Esse momento é considerado a-didático, uma vez que o aluno deve se relacionar com um problema contando com apenas com seus próprios conhecimentos, sentindo-se desafiado pelo problema e não com algum algoritmo pronto e fornecido pelo professor.

Vimos em sala de aula que a utilização de instrumentos rudimentares a frente de hoje, eram bastante utilizados, mas não foi explicado sob qual fórmula surgiam os resultados.

As noções de seno e cosseno foram de grande valia para o crescimento da trigonometria, e tanto na groma quanto no teodolito essas noções de trigonometria eram frequentemente encontradas.

Para obtermos o sucesso na realização da atividade, tivemos que dividir os 74 alunos em seis equipes, sendo quatro equipes com doze alunos e duas com 13 alunos.

Todas as equipes receberam as instruções de como seria realizada as atividades fora da sala de sala.

O professor da turma resolveu aderir a esta atividade, dividiu com o professor estagiário as equipes, ficando o mesmo com três equipes.

Saímos da sala de aula as (14h00min) em busca de medir as maiores alturas encontradas no ambiente escolar.

Altura da caixa d'água: dois grupos de alunos resolveram calcular a altura da caixa d'água. Para determinar a altura da caixa d'água, um aluno de (1,70 m) se posicionou a uma distância de 25 m da caixa d'água. Ao apontar o teodolito para a altura máxima da caixa d'água foi anotado um ângulo θ de 34° . Esses dados foram anotados para serem utilizados na atividade que seria feita na sala de aula.

Altura do coqueiro: três equipes de alunos escolheram calcular a altura dessa palmeira. Uma aluna de (1,65 m) se posicionou a 2,5 m do coqueiro. Ao mirar o teodolito para o topo do coqueiro a aluna anotou um ângulo θ de 38° . Os dados encontrados foram anotados e guardados pelas equipes para serem trabalhados na sala de aula.

Tivemos um grupo formado por meninas que não quiseram participar dessa atividade, as mesmas ficaram na biblioteca sob orientação da bibliotecária da escola até o término da aula de Matemática.

Os alunos relataram que estavam gostando dessa aula porque primeiro eles mesmos tinham confeccionado o material (teodolito) que estava sendo utilizado na aula, embora ainda não entendendo como conseguiriam encontrar uma resposta para atividade que eles escolheram, que era calcular a altura da caixa d'água.

Os outros grupos gostaram de estar fora da sala de aula, parecia que não era aula de Matemática, *estava bacana*, finalizaram.

Alguns alunos foram até o estagiário saber por que era preciso estar realizando toda essa atividade, o professor da turma nunca fazia nada igual, mas apesar de todo o trabalho parecia que ia dar certo.

Embora ainda não tenham sido perguntados sobre a aula, os alunos se anteciparam e começaram a falar sobre a metodologia do professor estagiário. Isso se faz no parecer na quebra de paradigma, no rompimento de uma metodologia cansada e exausta que muitos profissionais da educação ainda insistem em utilizar.

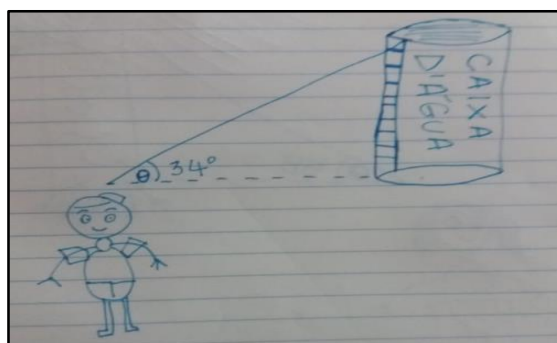
O **planejamento** ao qual foi mencionado no início desse trabalho se concretizou, pois conseguimos fazer com que a maioria dos alunos participassem, se envolvessem durante a realização dessa atividade. Os dados que foram coletados e guardados pelos mesmos servirão de base para o desenvolvimento da próxima fase, que é a aplicação.

A Engenharia Didática tem uma pegada diferente de tudo que já foi ensinado, pois mostra ao aluno todo o processo para se chegar ao resultado.

A **aplicação** dos dados encontrados se deu da seguinte maneira. Primeiramente os alunos desenharam os dados encontrados em uma folha de papel tracejada.

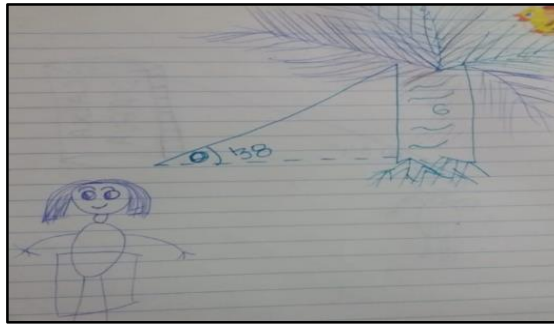
Assim que cada aluno terminou de fazer o seu desenho, o professor estagiário pediu para que os mesmos relacionassem os desenhos feitos com o triângulo retângulo.

Figura 08. Desenho feito por um aluno



Fonte: Autor (2018)

Figura 09. Desenho de um aluno.

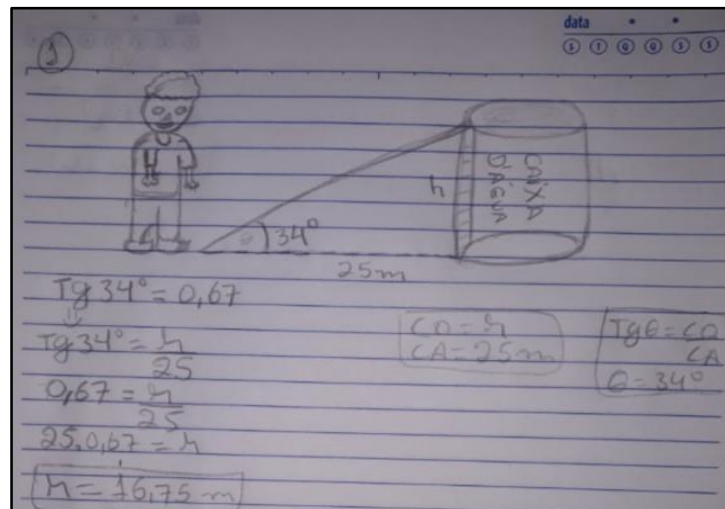


Fonte: Autor (2018)

Dentro da Engenharia Didática temos o que chamamos de sequência didática, ou seja, um encadeamento de passos ligados entre si para tornar possível o processo de ensino e aprendizado.

Os alunos rapidamente conseguiram relacionar o que se pretendia alcançar. Podemos avaliar com isso que apesar dos limites e dos enfrentamentos encontrados pelos alunos, pôde-se chegar ao objetivo pretendido. Os alunos começaram a desenvolver o cognitivo, o raciocínio lógico, que é o principal objetivo do ensino da Matemática.

Figura 10. Resolução da questão da caixa d'água.



Fonte: Autor (2018)

A seguir descreveremos o procedimento e os resultados no uso do teodolito para medir a altura da caixa d'água realizado por um aluno.

1. Com uma trena, mediu-se a distância **d** do teodolito até a caixa d'água. A medida foi de:

$$d = 25m$$

2. Mirando o alto da caixa d'água através do canudo do teodolito, verificou-se, na escala do transferidor, que o ângulo θ formado por essa linha visual com a horizontal foi de:

$$\theta = 34^\circ$$

3. Do uso da calculadora obtemos a tangente de 34° , que é aproximadamente:

$$\text{tg} = 0,67$$

4. Sendo h_1 a altura do topo do teodolito ao topo da caixa d'água, temos que:

$$\text{tg}(\theta) = h/d$$

logo,

$$h = \text{t}(\theta) \times d$$

$$h = 0,67 \times 25$$

$$h = 16,75\text{m}$$

Os alunos através da função tangente puderam encontrar a altura h como os mesmos nomearam, e assim resolver o exercício que se pedia. No entanto, a resposta ainda não estava totalmente correta, haja vista que a caixa d'água não tinha sido medida do chão onde se encontrava, os alunos puderam perceber que além do resultado encontrado teriam que somar com a altura do aluno que estava usando o teodolito.

Então:

$$\text{Altura total} = h + h_2$$

$$\text{Altura total} = 16,75 + 1,70$$

$$\text{Altura total} = 18,45 \text{ m}$$

O professor estagiário explicou que embora tenhamos chegado a um resultado final, este ainda poderia ser contestado por uma margem de erro, o ideal era fazermos uma comparação entre um teodolito caseiro e um teodolito de uso profissional.

Duvidas dos alunos: Os alunos ficaram com duvidas em desenhar o triângulo retângulo e onde colocar as medidas, no momento dos cálculos os grupos conseguiram desenvolver bem.

Ações não efetivadas: Foi possível apenas tirar fotos dos exercícios, não foi permitido pelo professor tirar fotos dos alunos, pois era regra da escola.

A **conclusão** é a etapa de finalização da atividade, é também a etapa onde os alunos podem e devem contestar, analisar e acreditar no produto final.

Esse produto final é concebido através da análise de todas as atividades realizadas em sala de aula. O professor é o principal personagem dessa história, pois ao desenvolver suas atividades com o apoio da Engenharia Didática, consegue dar significados ao que ensina na medida em que surgem os obstáculos.

Os obstáculos encontrados por todos os alunos foram muitos, haja vista que quase não conseguimos sair da sala de aula para realizar a coleta de dados, devido a escola não ter recursos de mídia (data Show), e o principal de todos, romper com o paradigma do ensino tradicional, mesmo assim os objetivos foram alcançados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os materiais didáticos constituem um importante recurso didático a serviço do professor em sala de aula. Estes materiais podem trazer para a sala de aula e para as aulas de Matemática mais aproximação da teoria com a prática.

O professor de Matemática tem um papel muito importante na vida do aluno, pois o mesmo pode estar contribuindo para o seu sucesso ou para o seu fracasso. É muito importante que o professor faça uma reflexão de sua prática pedagógica, avaliar se os resultados estão sendo satisfatório junto a seus alunos.

O uso do material didático não pode ser visto como resposta para os problemas encontrados em sala de aula, o material didático só servirá com tal finalidade se for usado de maneira correta, se o professor tiver pleno conhecimento do mesmo.

A escolha do material didático deve ser pensada no aluno e conseqüentemente no assunto a ser relacionado, haja vista que teremos que pensar nas seguintes condições: na manipulação do material pelo aluno, na relação do material com o conteúdo da aula, etc.

Antes de apresentarmos o material didático para os alunos dos 9º anos A e B, criamos um encadeamento de etapas que nos permitiu trabalhar com os mesmos sem nenhuma interferência. A princípio trouxemos para sala de aula um questionário que serviu de marco inicial de todas as atividades seguintes para verificar o nível de aprendizagem de conceitos básicos da trigonometria. Em seguida, não trabalhamos com a correção dos mesmos, procuramos deixar em estado de latência. Aos alunos foi apresentado a história da trigonometria e seus principais problemas da época, contamos como surgiu a trigonometria e quem contribuiu para o seu sucesso.

Continuamos as atividades ainda sem relacionar o questionário 1. Apresentamos aos alunos a história do teodolito, que seria o material utilizado em sala de aula. E por fim a sua construção. Também ensinamos os conceitos das noções de relações trigonométricas no triângulo retângulo.

A última etapa das atividades consistiria na aplicação de tudo que havia sido feito em sala de aula. Com todo esse processo de encadeamento das atividades, conseguimos ensinar um conteúdo novo sem forçar exhaustivamente o aluno, o

ensino através do método tradicional ao qual estavam submetidos frequentemente, não estava sendo adotado pelo professor estagiário.

As funções trigonométricas e o uso do teodolito fornecem conhecimento teórico e prático para futuros engenheiros, matemáticos, topográficos, entre outras áreas.

A engenharia didática no ensino da Matemática tem como objetivo melhorar nossa convivência com o mundo da educação matemática, pois nesse método existe uma grande importância de uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos voltados para a vida real. Esse método de ensino comprova que o aluno tem capacidade de entender e resolver um problema matemático de várias maneiras. Por esse motivo a engenharia didática é conhecida como metodologia de pesquisa científica.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba. PR: Editora, UFPR, 2007. Disponível em:<HTTP://www.editora.ufpr.br>. Acesso em: 08 mar. 2018.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, G. **Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des mathématiques** 1970-1990, N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland and V. Warfield, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. 2002.

CARVALHO, Maria Aparecida da Silva de; CARVALHO, Ana Márcia Fernandes Tucci de Carvalho. **O ensino de geometria não euclidiana na educação básica**. In: ANAIS DA XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. RECIFE, PE, 2011.

CAILLOT M. **La Théorie de la transposition didactique est-elle transposable? In Au-delà des didactiques, le didactique**. Débats autour de concepts Fédérateurs. De Boeck & Larcier, p. 19-35, Paris, Bruxelles, 1996.

CHEVALLARD, Y. **La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponses à partir de la TAD**. in Margolinas et all.(org.) : Enamont et en aval des ingénieries didactiques, XV^a École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme). Recherches em 58 Didactique des Mathématiques. Grenoble : La Pensée Sauvage, , v. 1, p. 81-108, 2009b.

COSTA, H. R. da. **O ensino e a aprendizagem de funções através da modelagem matemática e da tecnologia informática no contexto amazônico**. 2009. 257 p. Dissertação (Mestrado em Educação e Ensino de Ciências na Amazônia). Universidade do Estado do Amazonas. 2009.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: “saberes necessários à prática educativa”**. São Paulo: Editora Paz e Terra, 1996.
GÁLVEZ, Grecia. **A Didática da Matemática**. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org). **Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. Cap. 2, p. 26-35.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez Editora, 1994.

MACHADO, S. D. A. **Engenharia Didática**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.), **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3.ed. São Paulo: Editora da PUC, 2012. p. 233-247.

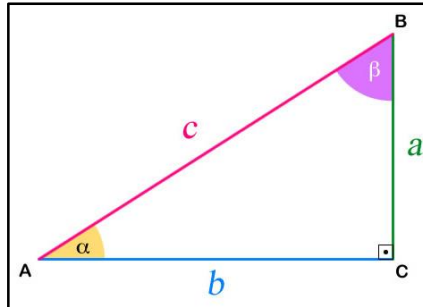
NACARATO, A. M. (Org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**. São Paulo: Musa Editora, 2005.

POMMER, Wagner Marcelo. **A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as equações diofantinas lineares**, 2013.

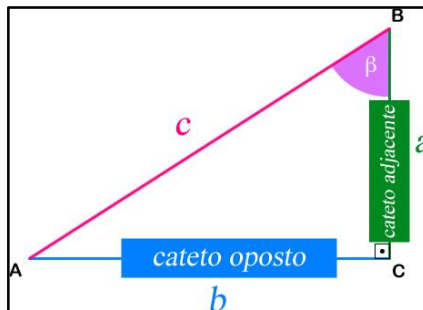
ROSA, S. B. **A integração do instrumento ao campo da engenharia didática: o caso do perspectó-grafo**, 1998, 263f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1998. Disponível em: [HTTP://www.revistas.ufg.br](http://www.revistas.ufg.br). Acesso em: 08 mar. 2018.

APÊNDICE A

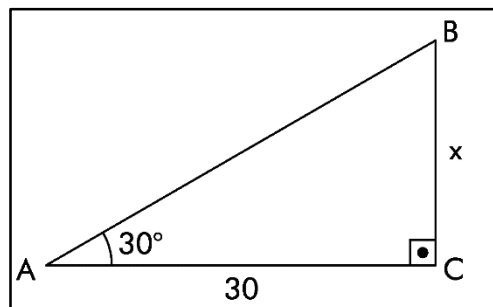
1. Na figura a seguir temos um triângulo retângulo, e nele estão indicadas as informações sobre as suas medidas. Indique as relações trigonométricas seno, cosseno e tangente dos respectivos ângulos α e β .



2. Na figura abaixo temos um triângulo retângulo, e nele podemos perceber um determinado ângulo β . Qual a relação desse ângulo com as palavras grifadas em verde e azul?



3. Dado o triângulo retângulo abaixo, calcule o valor de x .



APÊNDICE B

1. Quais as principais dificuldades dos alunos em aprender Matemática?
2. Os alunos demonstram não ter domínio de assuntos ensinados em anos anteriores? Quais?
3. Os livros didáticos do (5° quinto ao 8° nono) costumam não priorizar conteúdos de geometria plana, ou os professores não preferem abordar esses assuntos de maneira ideal. O ensino da trigonometria utiliza frequentemente conceitos de geometria plana, em sua opinião, a falta de conhecimento desses assuntos por parte dos alunos influencia no seu aprendizado sobre trigonometria?
4. Que metodologia de ensino você utiliza para ensinar trigonometria? O que os alunos dizem sobre essa metodologia?

APÊNDICE D

1. O método de ensino utilizado pelo professor estagiário foi relevante para o aprendizado de trigonometria?
2. A construção do teodolito caseiro facilitou ou contribuiu para aprender trigonometria?
3. Descreva resumidamente o que você mais gostou durante as aulas do professor estagiário.

ANEXO A

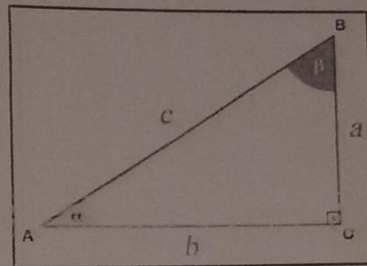
QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS

Questionário 1 (Aplicado aos alunos)

1. Na figura a seguir temos um triângulo retângulo, e nele estão indicadas as informações sobre as suas medidas. Indique as relações trigonométricas seno, cosseno e tangente dos respectivos ângulos α e β .

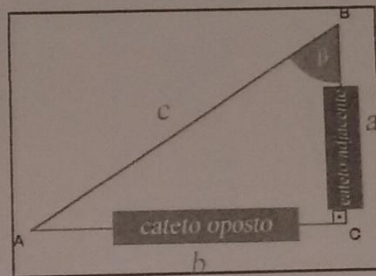
$$\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\beta = \frac{b}{a}$$



2. Na figura abaixo temos um triângulo retângulo, e nele podemos perceber um determinado ângulo β . Qual a relação desse ângulo com as palavras grifadas em verde e azul?

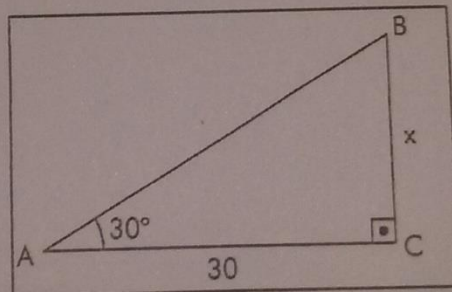
$$\beta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$



3. Dado o triângulo retângulo abaixo, calcule o valor de x .

$$30^\circ = \frac{x}{30}$$

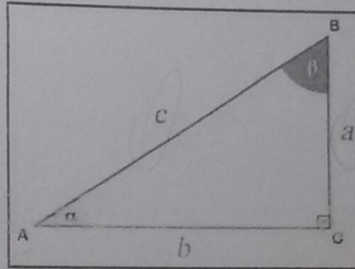
$$x = 900^\circ$$



Questionário 1 (Aplicado aos alunos)

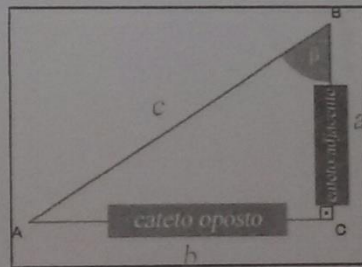
1. Na figura a seguir temos um triângulo retângulo, e nele estão indicadas as informações sobre as suas medidas. Indique as relações trigonométricas seno, cosseno e tangente dos respectivos ângulos α e β .

$$\begin{aligned} \text{Tang} &= \frac{a}{b} \\ \text{Cosseno} &= \frac{b}{c} \\ \text{Seno} &= \frac{a}{c} \end{aligned}$$



2. Na figura abaixo temos um triângulo retângulo, e nele podemos perceber um determinado ângulo β . Qual a relação desse ângulo com as palavras grifadas em verde e azul?

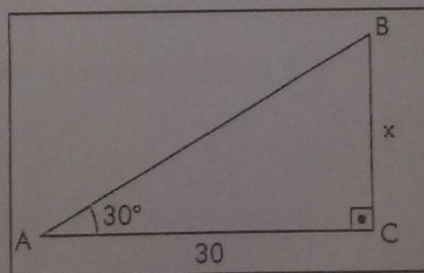
$$\text{Seno } \beta = \frac{a}{c}$$



3. Dado o triângulo retângulo abaixo, calcule o valor de x .

$$x + 30 = 30^\circ$$

$$x = 0$$

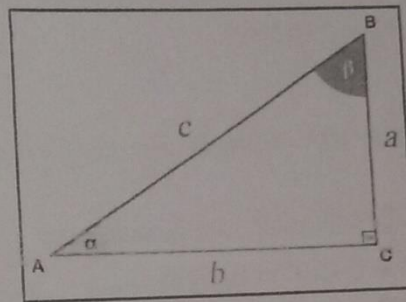


Questionário 1 (Aplicado aos alunos)

1. Na figura a seguir temos um triângulo retângulo, e nele estão indicadas as informações sobre as suas medidas. Indique as relações trigonométricas seno, cosseno e tangente dos respectivos ângulos α e β .

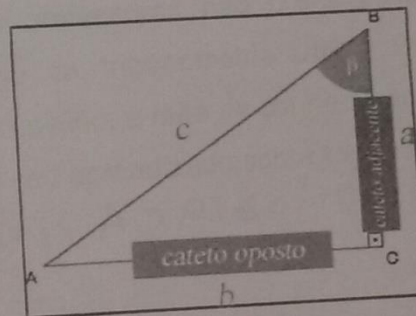
$$\alpha = \frac{c}{b}$$

$$\beta = \frac{a}{b}$$

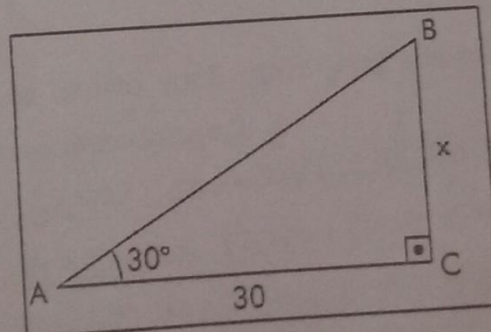


2. Na figura abaixo temos um triângulo retângulo, e nele podemos perceber um determinado ângulo β . Qual a relação desse ângulo com as palavras grifadas em verde e azul?

$$\beta = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}}$$



3. Dado o triângulo retângulo abaixo, calcule o valor de x .



$$30^\circ = \frac{30}{x}$$

$$30^\circ x = 30$$

$$x = \frac{30}{30^\circ}$$

$$x = 1^\circ$$

ANEXO B

QUESTIONÁRIO APLICADO AO PROFESSOR DA TURMA

Questionário 2 (Aplicado ao professor da turma)

1. Quais as principais dificuldades dos alunos em aprender Matemática?

A FALTA DE INTERESSE E O ENSINO DOS ANOS ANTERIORES FAZEM COM OS ALUNOS SINTAM DIFICULDADES, PRA APRENDER MATEMÁTICA É PRECISO DEDICAÇÃO.

2. Os alunos demonstram não ter domínio de assuntos ensinados em anos anteriores? Quais?

SIM, MUITOS NÃO TIVERAM PREPARO E POR ISSO SENTEM TANTA DIFICULDADES EM ASSUNTOS COMO POTÊNCIA, FRAÇÃO E COISA MAIS BÁSICAS COMO SOMA, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO.

3. Os livros didáticos do (5º quinto ao 8º nono) costumam não priorizar conteúdos de geometria plana, ou os professores não preferem abordar esses assuntos de maneira ideal. O ensino da trigonometria utiliza frequentemente conceitos de geometria plana, na sua opinião, a falta de conhecimento desses assuntos por parte dos alunos influencia no seu aprendizado sobre trigonometria?

COM CERTEZA, POIS A TRIGONOMETRIA É ESSENCIAL.

4. Que metodologia de ensino você utiliza para ensinar trigonometria? O que os alunos dizem sobre essa metodologia?

METODO TRADICIONAL COM APLICAÇÃO DE EXERCÍCIOS DO LIVRO DE APOIO, POIS PRA PRATICAR OUTROS TIPOS DE METODOLOGIA É PRECISO MAIS TEMPO DE AULA, E O QUE TEMOS É POUCO.

MUITOS NÃO RECLAMAM, NÃO FALAM SE TÃO GOSTANDO OU NÃO, MUITOS ALUNOS NÃO SÃO COMPROMETIDOS COM O ENSINO, EM PARTICULAR DA MATEMÁTICA.

ANEXO C

QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS

Questionário 3 (Aplicado aos alunos)

1. O que você achou relevante sobre a história da trigonometria?

A história da trigonometria é essencial para saber do passado e como a trigonometria surgiu.

2. O que lhe chamou mais atenção sobre os problemas de trigonometria da antiguidade?

A trigonometria resolve muitos problemas.
A trigonometria surgiu e está associada a astronomia.
Os problemas da antiguidade eram mais difíceis de resolver, mas isso era usado a trigonometria.

3. Você gostou de aprender Matemática e história da Matemática? Sim? Não? Por quê?

Sim, porque a matemática é muito importante para resolver problemas. A história da matemática nos ensina sobre o passado e como fazia para resolver os problemas.

Questionário 3 (Aplicado aos alunos)

1. O que você achou relevante sobre a história da trigonometria?

A trigonometria é importante porque nos ajuda a calcular as medidas dos ângulos. Suas relações trigonométricas são importantes.

2. O que lhe chamou mais atenção sobre os problemas de trigonometria da antiguidade?

A trigonometria era usada para resolver problemas na astronomia.

3. Você gostou de aprender Matemática e história da Matemática? Sim? Não? Por quê?

Sim, porque a matemática nos ajuda a resolver vários problemas do nosso dia a dia, e a história da matemática nos fez conhecer como a matemática era utilizada para resolver problemas antigamente.

ANEXO D

QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS

Questionário 4 (Aplicado aos alunos)

1. O método de ensino utilizado pelo professor estagiário foi relevante para o aprendizado de trigonometria?

Sim, porque ajudou a conhecer a história da matemática e as aulas foram bem interativas e as aulas práticas fazem a aula ficar melhor.

2. A construção do teodolito caseiro facilitou ou contribuiu para aprender trigonometria?

Sim, o teodolito caseiro ajuda a encontrar medidas difíceis e distantes de serem medidas.

3. Descreva resumidamente o que você mais gostou durante as aulas do professor estagiário.

As aulas práticas ajudam a melhorar a aula. A construção do teodolito caseiro foi muito importante para aprender a desenhar um triângulo retângulo e as suas relações.

Questionário 4 (Aplicado aos alunos)

1. O método de ensino utilizado pelo professor estagiário foi relevante para o aprendizado de trigonometria?

Sim, porque ele ensina a resolver questões relacionadas a triângulo retângulo e a encontrar medidas desconhecidas.

2. A construção do teodolito caseiro facilitou ou contribuiu para aprender trigonometria?

Sim, porque com a ajuda do teodolito caseiro podemos encontrar medidas de lugares difíceis de serem medidas.

3. Descreva resumidamente o que você mais gostou durante as aulas do professor estagiário.

Gostei quando ele ensinou sobre a história da matemática e das aulas práticas para construir os teodolitos caseiros e também porque ele ensinou as relações trigonométricas.